SEGREVANJE VODNIKOV V USTALJENEM STANJU

Žiga VORŠIČ, Vitodrag Kumperščak, Jože PIHLER

POVZETEK

V načrtovanju razdeljevalnih in prenosnih omrežij vpliva na izbiro prereza več dejavnikov kot so padec napetosti, izguba moči, stabilnost, zaščita in še kateri drugi. Pomemben je dvig temperature vodnikov nad temperaturo okolja. Treba je poznati največji trajni tok vodnika saj določa najvišjo dovoljeno temperaturo vodnika. Temperatura vodnika vpliva na poves vodnika med stebri in določa spremembo natezne trdnosti zaradi segrevanja. Za kratke povezovalne vode ob izrednih razmerah je temperatura vodnika merodajna za pravilno izbiro vodnika.

Pomembne so tri temperature: Joulsko segrevanje je odvisno od povprečne temperature vodnika, konvekcija in sevanje sta odvisni od temperature površine vodnika. Sprememba (znižanje) natezne trdnosti je v prvem približku odvisno od temperature pramenov vrvi v sredini vodnika.

V prispevku smo pokazali, kako posamezni vplivni dejavniki delujejo na vodnik; ga segrevajo oz. hladijo v ustaljenem obratovanju.

ABSTRACT

Several factors influence the choice of conductor cross-section when planning distribution and transmission networks, such as voltage drop, loss of power, stability, protection and others. Important factor is also conductor temperature rise above surrounding temperature. To determine it one must know maximum continuous current which determines maximum allowed conductor temperature. The temperature of the conductor affects the conductor sag between the pillars and determines the change in tensile strength due to heating. Conductor temperature is authoritative guide for selecting conductors for short connecting lines in extreme condition.

Three temperatures are relevant: Joule heating depends on average conductor temperature and convection and radiation depends on conductors' surface temperature. Change (decrease) of tensile strength is in first approximation dependent on temperature of strands in the middle of conductor.

Article shows how individual influencing factors act on conductor by heating or cooling it in steady operation.

1. IZBIRA PREREZA VODNIKOV GLEDE NA SEGREVANJE

Vsak vodnik se segreva, če teče po njem električni tok. Ko bi se vsa v vodniku proizvedena toplota porabljala za segrevanje, bi temperatura vodnika neprestano naraščala. Ko se temperatura vodnika dvigne nad temperaturo okolice, začne vodnik oddajati toploto okolici.

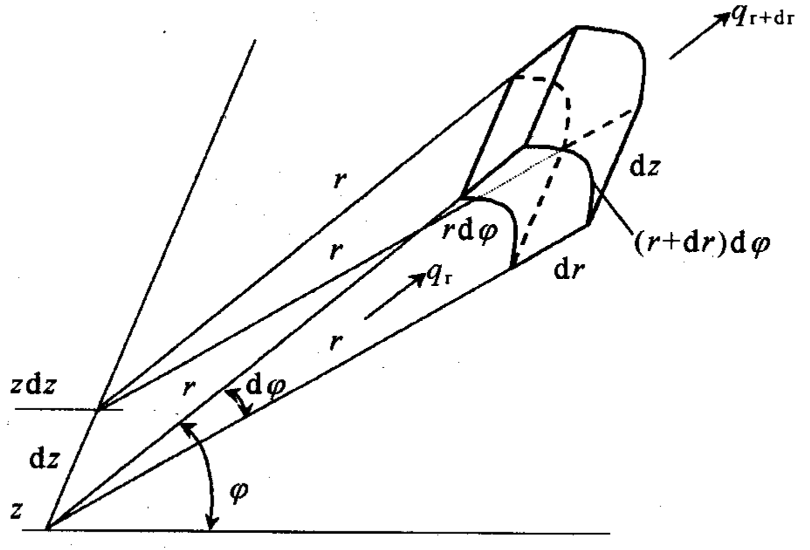
povečanje energije	=	pretok energije skozi površino	±	notranji izvori energije

$$\int_V c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \mathrm{d}V = -\int_S j \cdot \mathrm{d}S \pm \int_V Q \cdot \mathrm{d}V$$

Splošna toplotna enačba tokovodnikov po V. T. Morganu [1]

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda(T)\cdot\frac{\partial T}{\partial r}\right)\cdot\left(1+\frac{\mathrm{d}r}{r}\right)+\frac{1}{r}\cdot\lambda(T)\cdot\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial\varphi}\cdot\left(\lambda(T)\cdot\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right)+$$

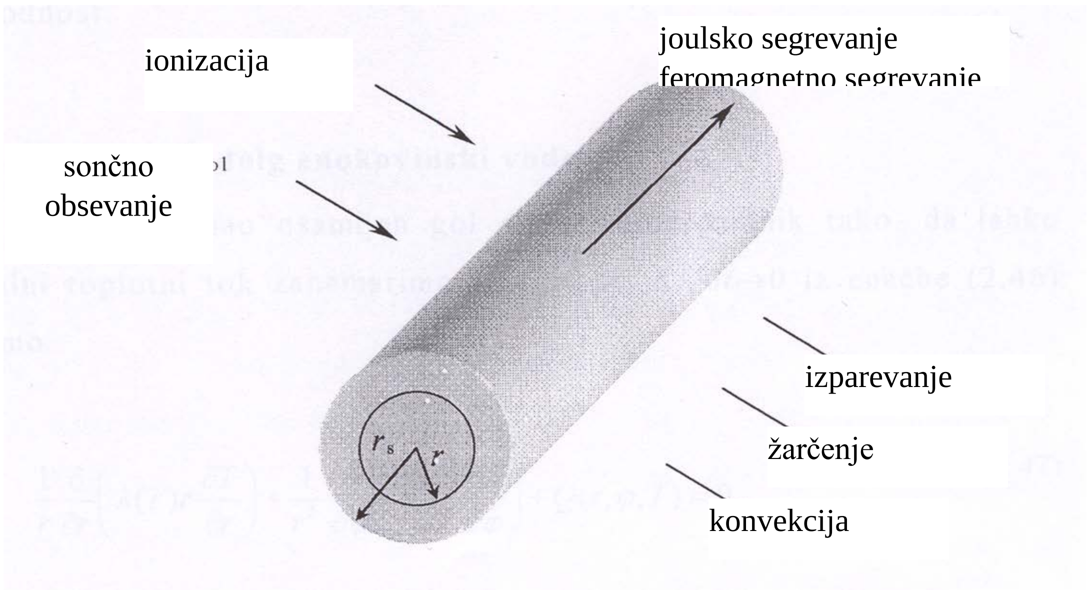
$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(T)\cdot\frac{\partial T}{\partial z}\cdot\left(1+\frac{\mathrm{d}r}{2\cdot r}\right)\right)+Q(T)\cdot\left(1+\frac{\mathrm{d}r}{2\cdot r}\right)-\gamma(T)\cdot c(T)\cdot\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\cdot\left(1+\frac{\mathrm{d}r}{2\cdot r}\right)=0$$



Pretok toplote v elementarnem volumnu

Ustaljeno obratovanje

Rezultat istočasnega segrevanja in ohlajevanja je toplotno ravnotežje, kateremu ustreza določeno zvišanje temperature vodnika nad temperaturo okolice.



2. USTALJENO OBRATOVANJE

V ustaljenem obratovanju opazujemo dogajanje – energijo v časovni enoti, torej moč. Vsa energijska ravnovesja se poenostavijo v ravnovesja moči. Zaradi preglednosti ne upoštevamo, da je lahko vodnik nekaj metrov zakrit pred soncem, zato ne opazujemo toka toplote v vzdolžni smeri (z-osi). Glede na to, da ne poznamo faktorjev imisivnosti in emisivnosti za jasno, oblačno nebo, travnate površine, polja , smo tako ε kot tudi a postavili enaka ena in dobili s tem rotacijsko simetričen sistem.

2.1 Moč sevanja

Izraz sevanje se nanaša na stalno oddajanje (emisijo) energije s površine vseh teles. Energijo imenujemo energijo sevanja in je elektromagnetno valovanje. Radijski valovi, infrardeči valovi, vidna svetloba, ultravijolični žarki in X-žarki so vsi elektromagnetno valovanje, ki se med seboj razlikujejo po valovni dolžini. Prenos vseh teh vrst energije sevanja in hitrost prenosa v vakuumu je enaka svetlobni hitrosti. Toplotno sevanje je elektromagnetno valovanje valovnih dolžin 0,5 μm do 1000 μm, torej je del celotnega toplotnega sevalnega spektra deloma tudi v njegovem vidnem t.j. svetlobnem delu.

Jožef Štefan je 1879 objavil zakon na osnovi eksperimentalnih opazovanj: gostota (energijskega) toka sevanja črnega telesa narašča s četrto potenco termodinamične temperature:

$$\varphi = \sigma \cdot T^4 \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

pri tem je σ splošna (univerzalna) konstanta, znana kot Stefan - Boltzmanova konstanta in znaša $5{,}67\cdot10^{-8}$ W/(m^2 K^4). Enačba predstavlja ves sevalni tok črnega telesa pri vseh frekvencah (ali valovnih dolžinah).

Izračunajmo, kolikšen svetlobni tok oddaja 1 m dolg kos vodnika Al/Fe 490/65 mm^2 pri temperaturi T = 20 °C = 293 K. Zaradi preglednosti predpostavimo, da je površina idealno črna. Površina je $S_\mathrm{v} = 2\cdot\pi\cdot r\cdot 1$ m = $2\cdot\pi\cdot 0{,}0153$ m$\cdot$1 m = 0,096 m^2.

$$P = \varphi\cdot S_\mathrm{v} = \sigma\cdot T^4\cdot S_\mathrm{v} = 5{,}67\cdot10^{-8}\cdot 293^4\cdot 0{,}096 = 39{,}676\ \mathrm{W}$$

To ni tako malo. Zaradi te svetlobe bi se vrv dokaj hitro ohlajala, če ne bi sproti dobivala toplote in svetlobe iz okolice. Specifična gostota 1 m vrvi je

$$\rho_\mathrm{m\ vrvi} = \frac{\rho_\mathrm{m\ Al}\cdot A_\mathrm{Al} + \rho_\mathrm{m\ Fe}\cdot A_\mathrm{Fe}}{A_\mathrm{Al} + A_\mathrm{Fe}} = 0{,}003297\quad \mathrm{kg/m\ mm^2}$$

in masa:

$$m_\mathrm{vrvi} = \rho_\mathrm{m\ vrvi}\cdot A_\mathrm{vrvi}\cdot 1\ \mathrm{m} = 1{,}83\ \mathrm{kg}.$$

Specifična toplota vrvi je:

$$c_\mathrm{p\ vrvi} = \frac{c_\mathrm{p\ Al}\cdot A_\mathrm{Al} + c_\mathrm{p\ Fe}\cdot A_\mathrm{Fe}}{A_\mathrm{Al} + A_\mathrm{Fe}} = 845\ \ \mathrm{J/kg}$$

Mislimo si, da bi bila vrv nekje v vesolju (daleč od vseh sonc). Za segretje za 1 stopinjo potrebuje vrv

$$\mathrm{d}Q = m\cdot c_\mathrm{p}\cdot \mathrm{d}T = 1{,}83\ \mathrm{kg}\cdot 845\ \mathrm{J/(kg\ K)}\cdot 1\ \mathrm{K} = 1547\ \mathrm{J}$$

Ker izgublja vrv pri temperaturi 20 °C na sekundo 40 J, bi se pri navedenih okoliščinah ohladila vsako sekundo za (40/1547) = 0,026 K.

Enako temperaturo (20 °C) pa imajo tudi telesa, ki so okrog plošče. Tedaj dobiva plošča iz okolice ravno toliko svetlobe, namreč

$$\sigma\cdot T_\mathrm{o}^4\cdot S_\mathrm{v} = 40\ \mathrm{W},$$

Dobro vemo, da se lahko telo na soncu segreje nad temperaturo svoje okolice. Sonce sije na vodnik samo 'od zgoraj', kot obsevano površino lahko zaradi ukrivljenosti vzamemo kar vzdolžni prerez $A_\mathrm{p} = 2\cdot r\cdot 1$ m = $2\cdot 0{,}0153$ m$\cdot$1 m = 0,0306 m^2. Najprej naj ima vodnik temperaturo T_o = 20 °C = 293 °K in enako temperaturo naj imajo tudi telesa, ki so okrog vrvi. Tedaj dobiva vodnik iz okolice ravno toliko svetlobe (toplote), namreč

$$\sigma\cdot T_\mathrm{o}^4\cdot S_\mathrm{v} = 40\ \mathrm{W},$$

kolikor je oddaja. Ko posije sonce na vodnik, se prejšnjim 40 wattom pridruži še svetlobni tok

$$P_\mathrm{sonca} = \Phi_\mathrm{sonca} = \varphi_\mathrm{sonca}\cdot A_\mathrm{p} = 30\ \mathrm{W},$$

pri čemer je φ_{sonca} sončna konstanta (1000 W/m^2). Plošča se začne segrevati in doseže navsezadnje tolikšno temperaturo T, da oddaja potem spet ravno toliko energije na sekundo, kolikor je prejema. Če upoštevamo samo svetlobne toke, je bilanca naslednja:

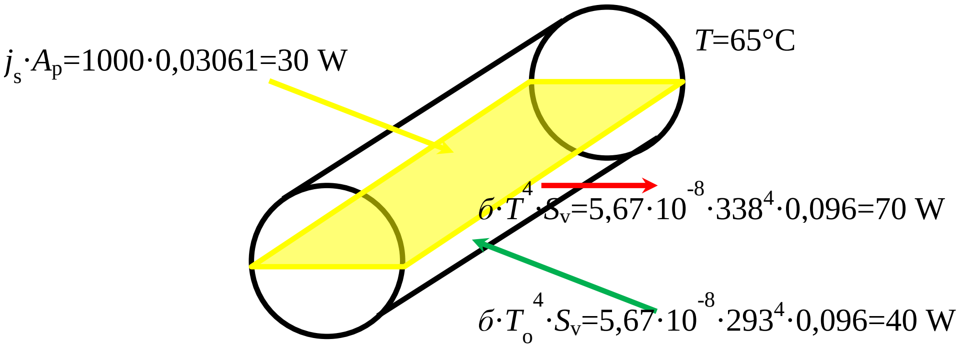
$$\varphi_{\text{sonca}} \cdot A_{\text{p}} + \sigma \cdot T_{\text{o}}^4 \cdot S_{\text{v}} = \sigma \cdot T_{\text{p}}^4 \cdot S_{\text{v}}$$

pri tem so:

φ_{sonca}	gostota energijskega toka Sonca ob površini [W/m^2],
A_{p}	vzdolžni prerez vodnika [m^2],
σ	Štefan-Boltzmannova konstanta 5,67·10^{-8} W/(m^2 K^4)
T_{o}	temperatura površine [K],
T_{p}	temperatura obdajajočega sredstva [K],
S_{v}	površina vodnika [m^2].

Če upoštevamo sončno konstanto (E_0 = 1367 W/m^2) zmanjšano za prehod skozi ozračje (φ_{sonca} = 1000 W/m^2), dobimo:

$$T = \sqrt[4]{T_{\text{o}}^4 + \frac{j_{\text{s}} \cdot A_{\text{p}}}{\sigma \cdot S_{\text{v}}}} = \sqrt[4]{293^4 + \frac{1000}{\pi \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}}} = 338\ \text{K} = 65\ °\text{C}$$



Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu (φ_{sonca} = 1000 W/m^2) segreje na 65 °C.

2.2 Konvekcija

Konvekcija je prestop toplote s trdnih teles na plinasti (tekoči) medij in obratno. Vezana je na gravitacijo. Če ni gravitacije, tudi konvekcijskega pojava prevajanja toplote ni.

V prvem trenutku se toplota širi s prevajanjem od molekule do molekule. Ko se prva plast pri tem ogreje, postane lažja in se zaradi vzgona začne dvigati. Pride do turbulentnega gibanja - konvekcije, ki je mnogo učinkovitejša od samega prevajanja. Vzgonsko premikanje molekul skrajšuje pot, ki bi jo sicer moral prevaliti toplotni tok.

Raziskave toplotnih tokov zaradi konvekcije so dale sledeče empirične formule za določitev velikosti teh tokov:

$$\Phi = S \cdot \alpha \cdot \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}\right) \ [\mathrm{W}]$$

$$\varphi = \alpha \cdot \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}\right) \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

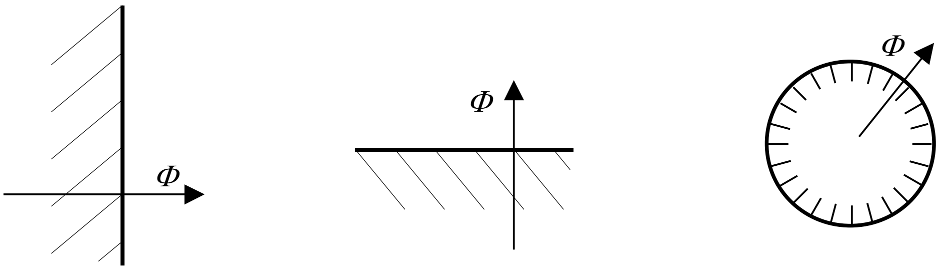
pri tem so:

α - toplotna prestopnost $\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}\right]$ (odvisna je od položaja in oblike stene),

T_{p} - srednja temperatura konvekcijske površine [K],

T_{o} - temperatura obdajajočega sredstva [K],

S - površina [m^2].



a) vertikalna površina b) horizontalna površina c) cev

Značilni primeri prenosa toplote s konvekcijo

Nusseltovi obrazci za toplotno prestopnost so določeni eksperimentalno za mirujoč zrak pri temperaturni razliki, ki je večja od 10 °C; določeni so bili za različne posebne primere konvekcijskega prevajanja:

$$\alpha_{\mathrm{h}} = 3{,}26 \cdot \sqrt[4]{T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}} \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}\right]$$ horizontalna površina

$$\alpha_{\mathrm{v}} = 2{,}566 \cdot \sqrt[4]{T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}} \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}\right]$$ vertikalna površina

$$\alpha_{\mathrm{c}} = 1{,}4 \cdot \sqrt[4]{\frac{T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}}{d}} \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}\right]$$ vodoravna cev (d je premer v metrih)

Za vodoravno cev (vodnik) lahko gostoto toplotnega toka računamo na naslednji način:

$$\varphi = \alpha \cdot \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}\right) = 1{,}4 \cdot \sqrt[4]{\frac{T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}}{d}} \cdot \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}\right) = \frac{1{,}4}{\sqrt[4]{d}} \cdot \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}\right)^{1{,}25} \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

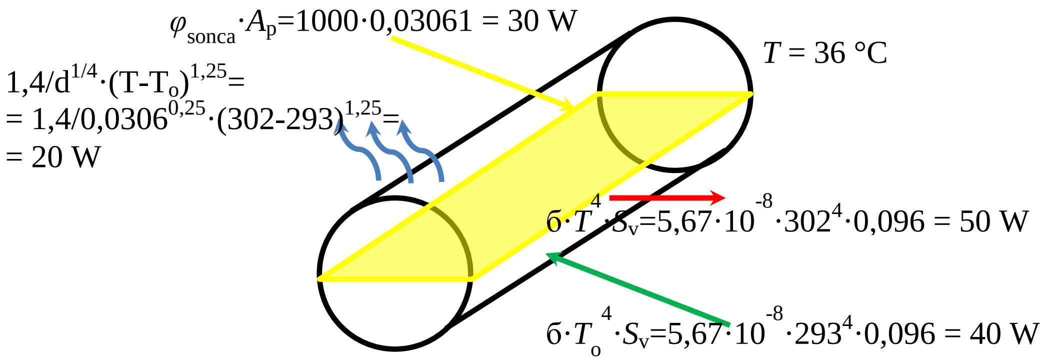
Ob upoštevanju sevanja in konvekcije je ravnotežna enačba za moč za 'naš' vodnik Al/Fe 490/65 mm^2 na enoto dolžine:

$$\varphi_{sonca} \cdot A_{\mathrm{p}} + \sigma \cdot T_{\mathrm{o}}^4 \cdot S_{\mathrm{v}} = \sigma \cdot T_{\mathrm{p}}^4 \cdot S_{\mathrm{v}} + \frac{1{,}4}{\sqrt[4]{d}} \cdot \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}\right)^{1{,}25}$$

pri tem so:

φ_{sonca}	gostota energijskega toka Sonca ob površini [W/m²],
A_p	vzdolžni prerez vodnika [m²],
б	Štefan-Boltzmannova konstanta $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(m² K⁴)
T_o	temperatura površine [K],
T_p	temperatura obdajajočega sredstva [K],
S_v	površina vodnika [m²],
d	premer cevi (vodnika) [m].

Enačba ni algebraično rešljiva. Z numerično tangentno metodo dobimo temperaturo površine vodnika 309 K oz. 36 °C.



Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu (φ_{sonca} = 1000 W/m²) segreje na 65 °C, v brezvetrju ga konvekcija ohladi na 36 °C.

2.3 Električno segrevanje

Če opazujemo električni vod iz istega zornega kota kot električna vezja, mu moramo pripisati enake parametre kot jih ima električno vezje: upornost, induktivnost in kapacitivnost.

Ohmska upornost vodnika je upornost, s katero se vodnik upira pretoku enosmernega toka. Leta 1900 je Paul Drude oblikoval model, ki pojasnjuje električno upornost s trki prostih elektronov s predpostavljeno togo kristalno mrežo kovin. Električna prevodnost (v 'mikro' svetu $J = б \cdot E$) je:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{n \cdot e^2 \cdot \tau}{m}$$

Pri tem je

n	koncentracija prostih elektronov,
e_0	naboj elektrona,
m	masa elektrona,
τ	povprečni čas med dvema trkoma elektrona.

Temperaturna odvisnost specifične upornosti je pri vseh prevodnikih v določenem obsegu približno linearna:

$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$$

Pri tem je:

α	(linearni) temperaturni koeficient,
T	temperatura,
T_0	poljubna temperatura, npr. T_0 = 293,15 K = 20 C, pri kateri je specifična upornost $\rho(T_0)$ znana.

Upornost vodnika je odvisna od oblike in snovi, iz katere je vodnik, razen tega pa še od temperature, frekvence in gostote toka, ki teče skozi vodnik.

Ohmsko upornost R voda na enoto dolžine pri temperaturi vodnika 20 °C določimo iz nazivnega prereza A in specifične upornosti ρ_{el} .

$$R = \frac{\rho_{\mathrm{el}} \cdot 1\ \mathrm{m}}{A} \qquad [\Omega / \mathrm{m}]$$

Džulsko segrevanje, ohmsko segrevanje oz. uporovno segrevanje je proces, pri katerem se sprošča toplota pri prehodu električnega toka skozi vodnik. Količina sproščene toplote je sorazmerna kvadratu toka:

$$Q \propto I^2 \cdot R \cdot t \quad [\mathrm{J}]$$

Ta zveza je znana kot prvi Joulov zakon.

Običajno, v izračunih obratovalnih stanj, upoštevamo pri vrveh samo upornost (prevodnost) aluminijskega plašča. Zaradi splošnosti bomo tukaj upoštevali tudi prevodnost jeklenega jedra in ustrezno delitev toka po plasteh. Največji dovoljeni tok za vodnik Al/Fe 490/65 mm^2 je 960 A.

$\rho_{\mathrm{el\ Al}}$ = 29,4 Ω m $\qquad$ $\rho_{\mathrm{el\ Fe}}$ = 96 Ω m

$\alpha_{\mathrm{el\ Al}}$ = 0,0039 1/K $\qquad$ $\alpha_{\mathrm{el\ Fe}}$ = 0,0056 1/K

ϑ = 20 °C	r [m]	A [m^2]	R_{el} [Ω]	I [A]	P_{el} [W]
Fe	$4{,}55 \cdot 10^{-3}$	$65 \cdot 10^{-6}$	0,0015	37,0	2
Al_1	$8{,}13 \cdot 10^{-3}$	$105{,}3 \cdot 10^{-6}$	$279 \cdot 10^{-6}$	196,3	10,7
Al_2	$11{,}71 \cdot 10^{-3}$	$164{,}7 \cdot 10^{-6}$	$178 \cdot 10^{-6}$	307,2	16,8
Al_3	$15{,}3 \cdot 10^{-3}$	$224{,}9 \cdot 10^{-6}$	$131 \cdot 10^{-6}$	419,4	23
skupaj	$15{,}3 \cdot 10^{-3}$	$555 \cdot 10^{-6}$	$57 \cdot 10^{-6}$	960	52,6

Ravnotežna enačba ob upoštevanju toka potem glasi:

$$\varphi_{sonca} \cdot A_{\mathrm{p}} + \sigma \cdot T_{\mathrm{o}}^4 \cdot S_{\mathrm{v}} + I^2 \cdot R_{\mathrm{T}} = \sigma \cdot T_{\mathrm{p}}^4 \cdot S_{\mathrm{v}} + \frac{1{,}4}{\sqrt[4]{d}} \cdot \left(T_{\mathrm{p}} - T_{\mathrm{o}}\right)^{1{,}25}$$

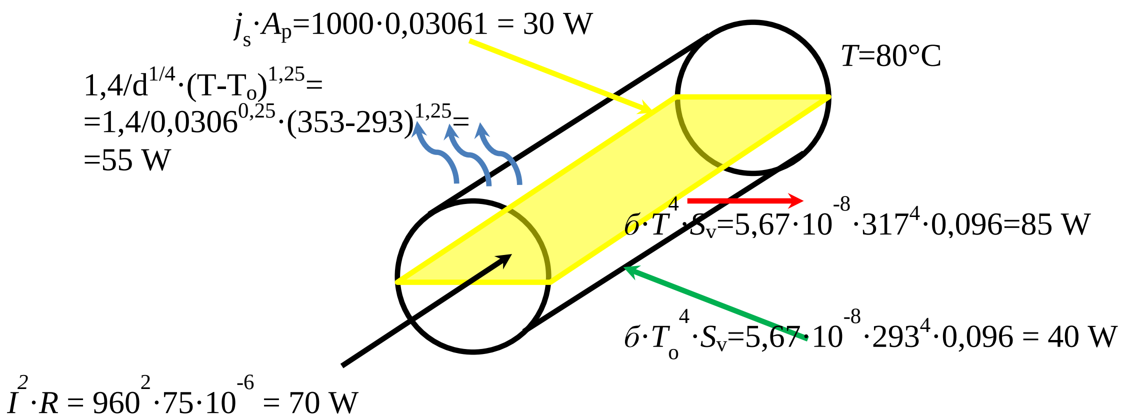
pri tem so:

φ_{sonca}	gostota energijskega toka Sonca ob površini [W/m^2],
A_{p}	vzdolžni prerez vodnika [m^2],
б	Štefan-Boltzmannova konstanta $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2 K^4)

T_o	temperatura površine [K],
S_v	površina vodnika [m^2],
P_{el}	v 1 s sproščena toplota zardi el. segrevanja [W]
T_p	temperatura obdajajočega sredstva [K],
d	premer cevi (vodnika) [m].

S tangentno numerično metodo dobimo temperaturo površine vodnika 353 K oz. 80 °C.

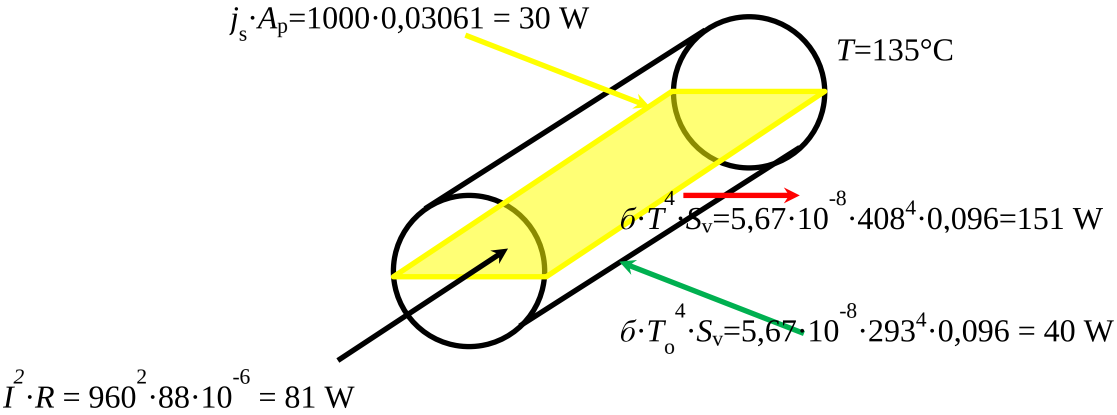
ϑ = 80 °C	r [m]	A [m^2]	R_{el} [Ω]	I [A]	P_{el} [W]
Fe	$4{,}55\cdot10^{-3}$	$65\cdot10^{-6}$	0,0022	33,7	2,44
Al_1	$8{,}13\cdot10^{-3}$	$105{,}3\cdot10^{-6}$	$367\cdot10^{-6}$	197,1	14,27
Al_2	$11{,}71\cdot10^{-3}$	$164{,}7\cdot10^{-6}$	$234\cdot10^{-6}$	308,3	22,32
Al_3	$15{,}3\cdot10^{-3}$	$224{,}9\cdot10^{-6}$	$172\cdot10^{-6}$	421,0	30,48
skupaj	$15{,}3\cdot10^{-3}$	$555\cdot10^{-6}$	$75{,}4\cdot10^{-6}$	960	69,50



Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu (φ_{sonca} = 1000 W/m^2) segreje na 65 °C, v brezvetrju ga konvekcija ohladi na 36 °C, največji dovoljeni tok I = 960 A ga segreje na 80 °C.

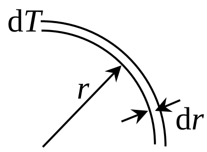
Brez upoštevanja konvekcije bi se vodnik segrel na 135 °C.

ϑ = 135 °C	r [m]	A [m^2]	R_{el} [Ω]	I [A]	P_{el} [W]
Fe	$4{,}55\cdot10^{-3}$	$65\cdot10^{-6}$	0,0026	32,4	2,73
Al_1	$8{,}13\cdot10^{-3}$	$105{,}3\cdot10^{-6}$	$427\cdot10^{-6}$	197,0	16,62
Al_2	$11{,}71\cdot10^{-3}$	$164{,}7\cdot10^{-6}$	$273\cdot10^{-6}$	309,0	26,0
Al_3	$15{,}3\cdot10^{-3}$	$224{,}9\cdot10^{-6}$	$200\cdot10^{-6}$	421,0	35,5
skupaj	$15{,}3\cdot10^{-3}$	$555\cdot10^{-6}$	$87{,}7\cdot10^{-6}$	960	80,84



3. SEGREVANJE VODNIKA PO PLASTEH

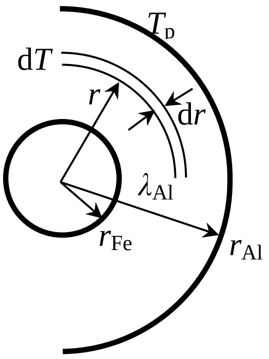
Pri električnih vodnikih pogosto jekleno jedro določa natezno trdnost in s tem poves in razmik od tal. Joulsko segrevanje je odvisno od povprečne temperature vodnika, konvekcija in sevanje sta odvisni od temperature površine vodnika. Sprememba (znižanje) natezne trdnosti je v prvem približku odvisno od temperature pramenov vrvi. Notranji, toplejši prameni hitreje izgubijo natezno trdnost, zato je treba računati oz. meriti tudi temperaturni gradient.



V ustaljenem stanju (drugo poglavje) smo izračunali temperaturo površine vodnika. Osnovna enačba za izračun temperature posameznih plasti je enačba za toplotni tok (moč) skozi diferencialno tanko steno:

$$\Phi = P = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}$$

Aluminij: Skozi diferencialno tanko cev (debeline stene dr) se v času dt prenese toplotni tok Φ iz jeklenega jedra (P_{Fe}) in del toplotnega toka iz izvora v aluminiju do polmera r.



$$\Phi = P = P_\mathrm{Fe} + P_\mathrm{Al}' = P_\mathrm{Fe} + \frac{P_\mathrm{Al}}{V_\mathrm{Al}} \cdot V_\mathrm{Al}' = P_\mathrm{Fe} + \frac{P_\mathrm{Al}}{V_\mathrm{Al}} \cdot \pi \cdot \left(r^2 - r_\mathrm{Fe}^2\right) \cdot l$$

$$-\lambda_\mathrm{Al} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = P_\mathrm{Fe} + \frac{P_\mathrm{Al}}{V_\mathrm{Al}} \cdot \pi \cdot \left(r^2 - r_\mathrm{Fe}^2\right) \cdot l$$

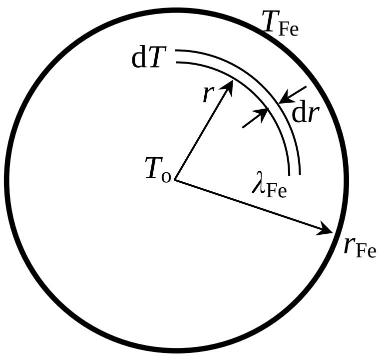
$$-\int_{T_\mathrm{p}}^{T(r)} \mathrm{d}T = \frac{P_\mathrm{Fe} - \pi \cdot l \cdot \frac{P_\mathrm{Al}}{V_\mathrm{Al}} \cdot r_\mathrm{Fe}^2}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_\mathrm{Al}} \cdot \int_{r_\mathrm{Al}}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{r} + \frac{\frac{P_\mathrm{Al}}{V_\mathrm{Al}}}{2 \cdot \lambda_\mathrm{Al}} \cdot \int_{r_\mathrm{Al}}^{r} r \cdot \mathrm{d}r$$

$$T(r) = T_\mathrm{p} + \frac{P_\mathrm{Fe} - \pi \cdot l \cdot \frac{P_\mathrm{Al}}{V_\mathrm{Al}} \cdot r_\mathrm{Fe}^2}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_\mathrm{Al}} \cdot \ln \frac{r_\mathrm{Al}}{r} + \frac{\frac{P_\mathrm{Al}}{V_\mathrm{Al}}}{4 \cdot \lambda_\mathrm{Al}} \cdot \left(r_\mathrm{Al}^2 - r^2\right)$$

$$T(r) = T_\mathrm{p} + \frac{p_\mathrm{Fe} - \frac{p_\mathrm{Al} \cdot r_\mathrm{Fe}^2}{\left(r_\mathrm{Al}^2 - r_\mathrm{Fe}^2\right)}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_\mathrm{Al}} \cdot \ln \frac{r_\mathrm{Al}}{r} + \frac{p_\mathrm{Al}}{4 \cdot \lambda_\mathrm{Al} \cdot \pi \cdot \left(r_\mathrm{Al}^2 - r_\mathrm{Fe}^2\right)} \cdot \left(r_\mathrm{Al}^2 - r^2\right)$$

$$T_\mathrm{Fe} = T\left(r_\mathrm{Fe}\right) = T_\mathrm{p} + \frac{p_\mathrm{Fe} - \frac{p_\mathrm{Al} \cdot r_\mathrm{Fe}^2}{\left(r_\mathrm{Al}^2 - r_\mathrm{Fe}^2\right)}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_\mathrm{Al}} \cdot \ln \frac{r_\mathrm{Al}}{r_\mathrm{Fe}} + \frac{p_\mathrm{Al}}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_\mathrm{Al}}$$

Izračunamo lahko še temperaturo v osi vodnika.



$$\Phi = P = \frac{P_{\mathrm{Fe}}}{V_{\mathrm{Fe}}} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l = -\lambda_{\mathrm{Fe}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}$$

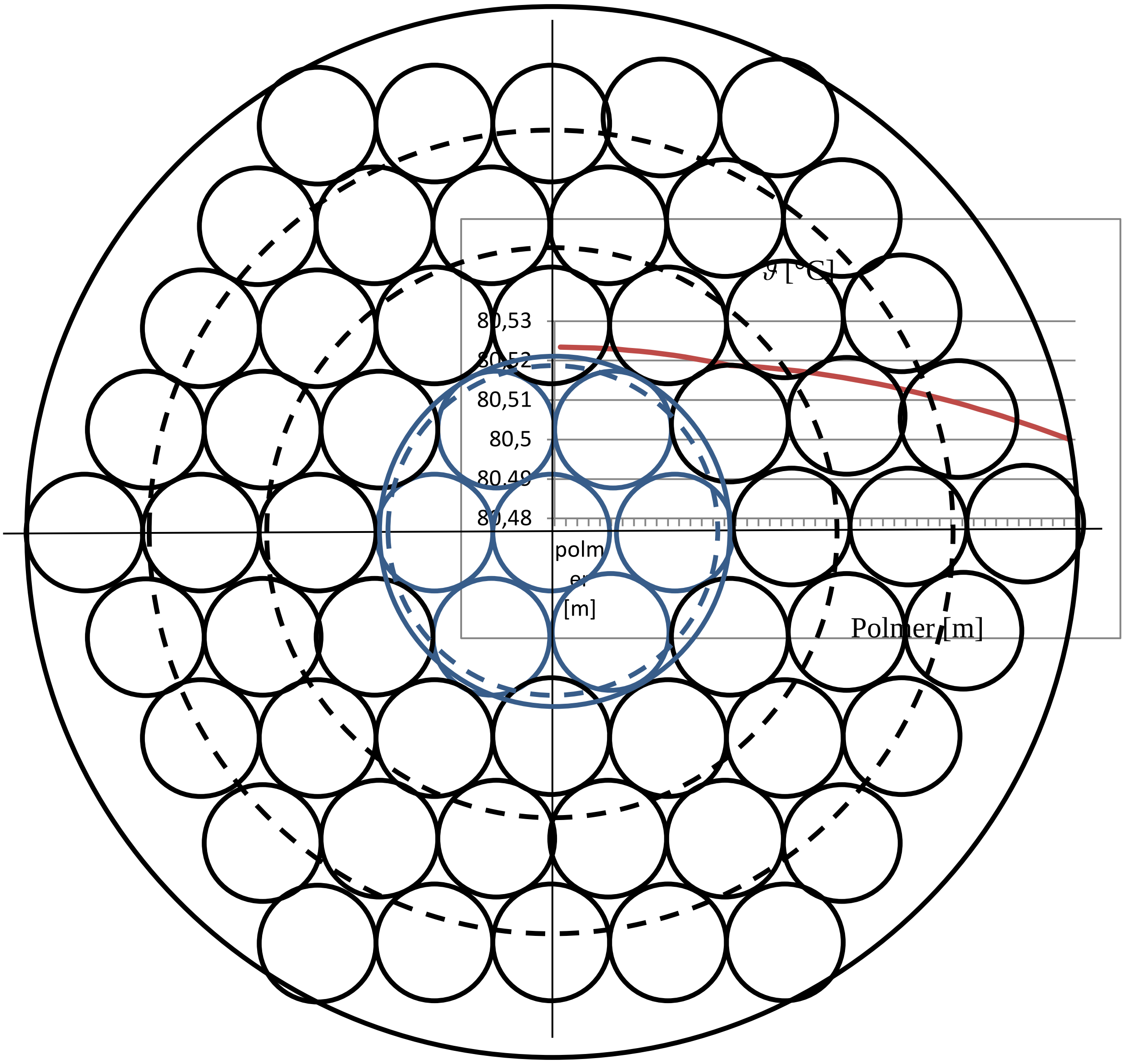
$$-\int_{T_{\mathrm{p}}}^{T(r)} \mathrm{d}T = \frac{\dfrac{P_{\mathrm{Fe}}}{V_{\mathrm{Fe}}}}{2 \cdot \lambda_{\mathrm{Fe}}} \cdot \int_{r_{\mathrm{Fe}}}^{r} r \cdot \mathrm{d}r$$

$$T(r) = T_{\mathrm{Fe}} + \frac{p_{\mathrm{Fe}}}{4 \cdot \lambda_{\mathrm{Fe}} \cdot \pi \cdot r_{\mathrm{Fe}}^2} \cdot \left(r_{\mathrm{Fe}}^2 - r^2 \right)$$

$$T_{\mathrm{o}} = T(r = 0) = T_{\mathrm{Fe}} + \frac{p_{\mathrm{Fe}}}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\mathrm{Fe}}}$$

V preglednici so podane vrednosti temperature v odvisnosti od razdalje od/do površine. Razdalje smo računali kot polmere s korakom desetinke debeline žice (d = 0,0034 m), podajamo pa vsako deseto vrednost.

r [m]	ϑ [°C]		r [m]	ϑ [°C]
0,0153	80,50000		0,0000	80,52338
0,0119	80,50932		0,0017	80,52287
0,0085	80,51570		0,0051	80,51877
0,0051	80,51877		0,0085	80,51570
0,0017	80,52287		0,0119	80,50932
0,0000	80,52338		0,0153	80,50000



ϑ [°C]
80,53
80,52
80,51
80,5
80,49
80,48
polmer [m]
Polmer [m]

4. SKLEP

Raziskali smo, koliko se segreje vodnik v ustaljenem obratovalnem stanju. Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu (φ_{sonca} = 1000 W/m^2) segreje na 65 °C, v brezvetrju ga konvekcija ohladi na 36 °C, največji dovoljeni tok I = 960 A ga segreje na 80 °C.

Pri električnih vodnikih pogosto jekleno jedro določa natezno trdnost in s tem poves in razmik od tal. Joulsko segrevanje je odvisno od povprečne temperature vodnika, konvekcija in sevanje sta odvisni od temperature površine vodnika. Sprememba (znižanje) natezne trdnosti je v prvem približku odvisno od temperature pramenov vrvi. Notranji, toplejši prameni hitreje izgubijo natezno trdnost, zato je treba računati oz. meriti tudi temperaturni gradient.

Ob znani temperaturi površine vodnika smo izračunali dvig temperature v notranjosti v odvisnosti od razdalje od površine. Pri za raziskavo izbranem vodniku 490/65 mm^2 Al/Fe je dvig temperature v sredini jeklenega jedra 0,02338 stopinje, kar je zanemarljivo in lahko računamo s povprečno temperaturo vodnika.

V nadaljnjih raziskavah bomo upoštevali še vpliv vetra na hlajenje.

5. VIRI

[1] V. T. Morgan, *Thermal Behavior of Electrical Conductors*, Research Studies Press, Taunton, Somerset, England, 1991

[2] L. Thomas, *Heat Transfer*, Prentice Hal 1992, New Jersey

[3] W. Rohsenow, *Handbook of Heat Transfer Fundamentals*, Mc Graw-Hill Co, 1985

[4] F. W. Sears, M. W. Zemansky, *University Physics*, Addison- Wesley Publishing Company, 1964

[5] I. Kuščer, A. Kodre, *Matematika v fiziki in tehniki*, Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana 1994

[6] I. Kuščer, A. Moljk, *Fizika za srednješolce in samouke*, Državna založba Slovenije, Ljubljana 1962

[7] https://www.google.si/search?sourceid=navclient&aq=&oq=&hl=sl&ie=UTF-8&rlz=1T4GGHP_slSI442SI443&q=josef+stefan&gs_l=hp..1.41l5.0.0.0.2157...........0.

[8] J. Voršič, J. Bratina, *Elektrotermija*, UM FERI, Založniško tiskarska dejavnost Univerze v Mariboru, Maribor 2000

[9] B. Kraut: *Krautov strojniški priročnik*, Tehniška založba Slovenije 1954

[10] http://en.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Nusselt

[11] http://en.wikipedia.org/wiki/James_Prescott_Joule