

## Ovrednotenje modelov verjetnostne porazdelitve napake napovedi proizvodnje vetrnih elektrarn

BOŠTJAN POLAJŽER & DUNJA SRPAK

**Povzetek** V članku so obravnavani različni modeli verjetnostne porazdelitve napake proizvodnje vetrnih elektrarn. Poleg modelov, znanih iz literature (beta, Weibull, gamma), so obravnavani modeli z razširjeno nesimetrično posplošeno normalno porazdelitvijo. Obravnavan je tudi model s t.i. verzatilno verjetnostno porazdelitvijo, ki je občutljiv na valovitost empirične porazdelitve, vendar omogoča analitičen izračun percentilne funkcije. Dobljeni rezultati kažejo, da modeli z beta, Weibull in gamma verjetnostno porazdelitvijo ne dajejo dobrih rezultatov, bistveno bolj ustrezni so modeli z nesimetrično posplošeno normalno verjetnostno porazdelitvijo.

**Ključne besede:** • model • verjetnostna analiza • porazdelitev napake • proizvodnja • vetrne elektrarne •

---

NASLOV AVTORJEV: dr. Boštjan Polajžer, izredni profesor, Univerza v Mariboru, Fakulteta, za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Smetanova ulica 17, 2000 Maribor, Slovenija, e-pošta: bostjan.polajzer@um.si. Dunja Srpak, Univerza Sever, oddelek elktrotehnike, 104. Brigade 3, 42000 Varaždin, Hrvaška, e-pošta: dunja.srpak@unin.hr.

<https://doi.org/10.18690/978-961-286-071-4.7>

ISBN 978-961-286-071-4

© 2017 Univerzitetna založba Univerze v Mariboru

Dostopno na: <http://press.um.si>.

## Evaluation of Probability-Distribution Models for Wind-Power Forecast Error

BOŠTJAN POLAJŽER & DUNJA SRPAK

**Abstract** This paper discusses different probability-distribution models for wind-power forecast error. Models known from the literature (beta, Weibull, gamma) are discussed along with the models with extended-skew generalized-normal distribution. Furthermore, a versatile model is discussed, which enables analytical calculation of the percentile function; however, it is sensitive to wavelets in the probability distribution. Obtained results show that beta, Weibull and gamma probability distributions do not capture the actual (empirical) one; far more adequate are models with skew generalized-normal probability distribution.

**Keywords:** • model • probability • error distribution • generation • wind power •

---

CORRESPONDENCE ADDRESS: Boštjan Polajžer, Ph.D, Associate Professor, University of Maribor, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, Smetanova ulica 17, 2000 Maribor, Slovenia, e-mail: bostjan.polajzer@um.si. Dunja Srpak, University North, Department of Electrical Engineering, 104. Brigade 3, 42000 Varaždin, Croatia, e-mail: dunja.srpak@unin.hr.

<https://doi.org/10.18690/978-961-286-071-4.7>

ISBN 978-961-286-071-4

© 2017 University of Maribor Press

Available at: <http://press.um.si>.

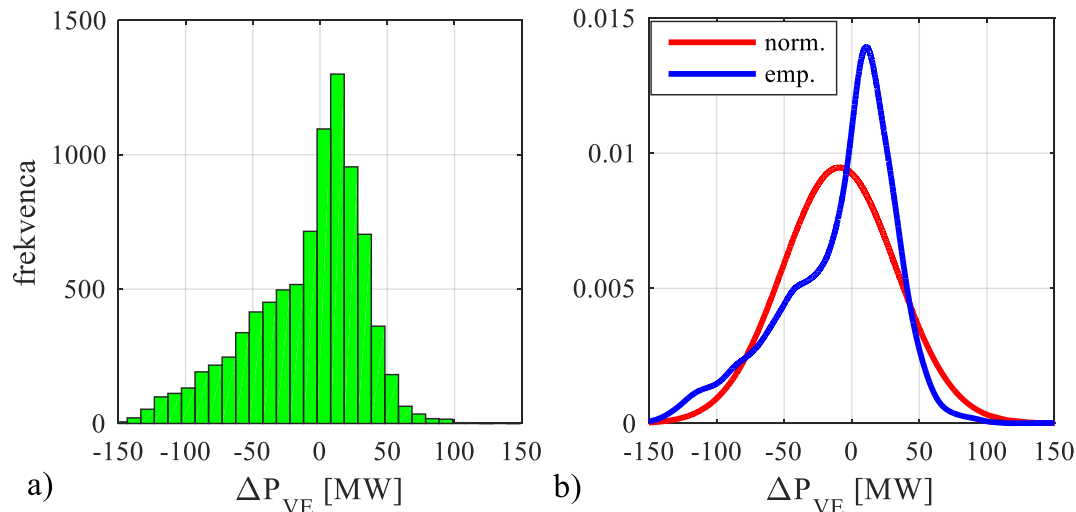
## 1 Uvod

Spremenljivost proizvodnje vetrnih elektrarn (VE) v elektro energetskega sistema (EES) povzroča dodatna neravnotežja med proizvodnjo in porabo električne energije, kar pomeni dodatne zahteve po regulacijski rezervi (RR). Zaradi znatne napake napovedi proizvodnje VE je pri določitvi RR potrebno upoštevati ustrezne modele verjetnostne porazdelitve. Modeli z normalno verjetnostno porazdelitvijo praviloma niso dovolj točni, zato se uporabljajo modeli, ki temeljijo na beta ( $\beta$ ) porazdelitvi [1], hiperbolični in Weibullovi (WB) porazdelitvi [2], kakor tudi gamma porazdelitvi ( $\gamma$ ) [3]. Poleg omenjenih modelov je v tem članku obravnavan tudi model z razširjeno-nesimetrično posplošeno-normalno (RNPN) porazdelitvijo [4]. Vendar je uporaba omenjenih verjetnostnih porazdelitev pri dinamičnem določanju RR lahko omejena, saj določitev zbirne funkcije verjetnosti zahteva tako numerično integracijo, kakor tudi aproksimacijo. Zaradi tega je obravnavan tudi t.i. verzatilni (VER) model, ki temelji na predpostavljeni zbirni funkciji verjetnosti in omogoča analitičen izračun inverzne (percentilne) funkcije [5]. V članku sta podrobneje opisana RNPN in VE modela verjetnostne porazdelitve, predstavljeni so tudi postopki določitve parametrov. Za podatke iz hrvaškega EES za leto 2013 je izvedena primerjava rezultatov dobljenih z obravnavanimi modeli ( $\beta$ , WB,  $\gamma$ , RNPN in VER) z rezultati empiričnega modela, pri čemer so za vsak model ovrednotene razlike funkcije gostote verjetnosti in izbranih percentilov.

## 2 Napaka napovedi proizvodnje vetrnih elektrarn v Hrvaškem EES

Napaka napovedi proizvodnje VE je definirana z razliko napovedane in izmerjene delovne moči. Negativna vrednost napake torej pomeni premajhno vrednost napovedi, pozitivna pa preveliko. V članku so uporabljena urna povprečja napovedane in izmerjene delovne moči VE hrvaškega (HR) EES za leto 2013. V tem letu se je instalirana moč VE povečala iz približno 140 MW na 250 MW. Trend rasti instalirane moči VE je v HR EES izrazit, saj je v letu 2016 le-ta znašala že 420 MW, kar predstavlja približno 10 % skupne instalirane moči. Slika 7.1a prikazuje histogram napake napovedi, slika 7.1b pa primerjavo funkcije gostote verjetnosti za normalno porazdelitev in za empirično (neparametrično) porazdelitev z Gaussovimi glajenjem. Poleg izrazite leve nesimetrije in valovitosti verjetnostne porazdelitve (moment 3. stopnje znaša -0,72) je opazna tudi sploščenost, saj je moment 4. stopnje za 0,41 večji kot pri normalni porazdelitvi. Srednja vrednost napake napovedi proizvodnje VE znaša -9 MW, standardni odklon pa kar 42 MW.

Za določitev RR je potrebno upoštevati tudi napako napovedi obremenitve, ki je glede na povprečno obremenitev (2000 MW) relativno majhna. Srednja vrednost napake napovedi obremenitve za obravnavano časovno obdobje znaša -21 MW, standardni odklon pa 62 MW. Korelacija med napakama napovedi proizvodnje VE in napovedi obremenitve je zanemarljivo majhna. Poudarimo, da se v tem članku omejujemo samo na modeliranje verjetnostne porazdelitve napake napovedi proizvodnje VE.



Slika 7.1: Histogram in funkciji gostote verjetnosti za normalno in empirično porazdelitev napake napovedi proizvodnje VE

### 3 Modeli verjetnostne porazdelitve

V tem poglavju so podrobneje opisani modeli RNPN in VE verjetnostne porazdelitve. Ostale obravnavane porazdelitve ( $\beta$ , WB in  $\gamma$ ) so splošno znane, njihova uporaba pri modeliranju napake napovedi proizvodnje VE pa je podana v literaturi [1-3].

#### 3.1 Razširjena-nesimetrična posplošena-normalna porazdelitev

Funkcija gostote verjetnosti, ki opisuje RNPN porazdelitev, je za slučajno spremenljivko  $x$  podana z izrazom

$$f_{\text{RPNN}}(x | \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 2\phi(x_s)\Phi\left(\frac{\lambda_1 x_s}{\sqrt{1 + \lambda_2 x_s^2 + \lambda_3 x_s^4}}\right) \frac{1}{\sigma} \quad (1)$$

kjer  $\phi(\bullet)$  in  $\Phi(\bullet)$  označujeta funkcijo gostote verjetnosti in zbirno funkcijo verjetnosti za normalno porazdelitev.  $x_s$  je standardizirana slučajna spremenljivka, ki je definirana kot  $x_s := (x - \mu)/\sigma$ , pri čemer je  $\mu$  srednja vrednost,  $\sigma$  pa standardni odklon.  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2 \geq 0$  in  $\lambda_3 \geq 0$  so parametri oblike, ki vplivajo na nesimetrijo in sploščenost verjetnostne porazdelitve. Parametri ( $\mu$ ,  $\sigma$  in  $\lambda_i$ ) se določijo z numerično maksimizacijo funkcije verjetnosti [4].

Tabela 7.1: Vpliv parametrov oblike  $\lambda_i$

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	porazdelitev	nesimetrija	sploščenost
$\neq 0$	$= 0$	$= 0$	NN	DA	NE
$\neq 0$	$> 0$	$= 0$	NPN	DA	DA
$\neq 0$	$> 0$	$> 0$	RNPN	DA	DA

### 3.2 Verzatilna porazdelitev

Funkcija gostote verjetnosti, ki opisuje VER porazdelitev, je za slučajno spremenljivko  $x$  podana z izrazom

$$f_{\text{VER}}(x|a,b,c) = \frac{ab \exp(-a(x-c))}{(1 + \exp(-a(x-c)))^{b+1}} \quad (2)$$

Parametri  $a$ ,  $b$  in  $c$  so določeni z aproksimacijo zbirne funkcije verjetnosti [5], ki je podana analitično z izrazom

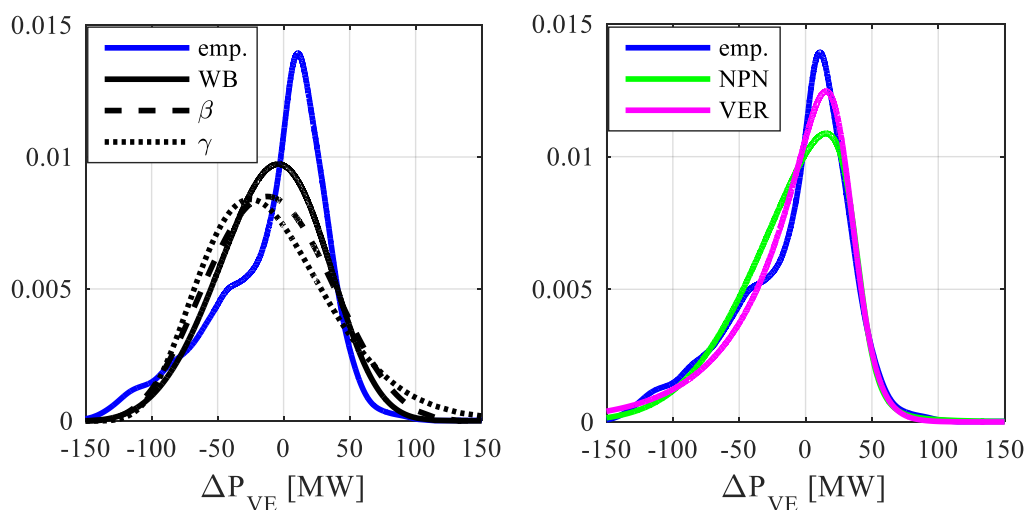
$$F_{\text{VER}}(x|a,b,c) = (1 + \exp(-a(x-c)))^{-b} \quad (3)$$

Tudi inverzna (percentilna) funkcija je podana analitično, in sicer je za  $p$ -ti percentil

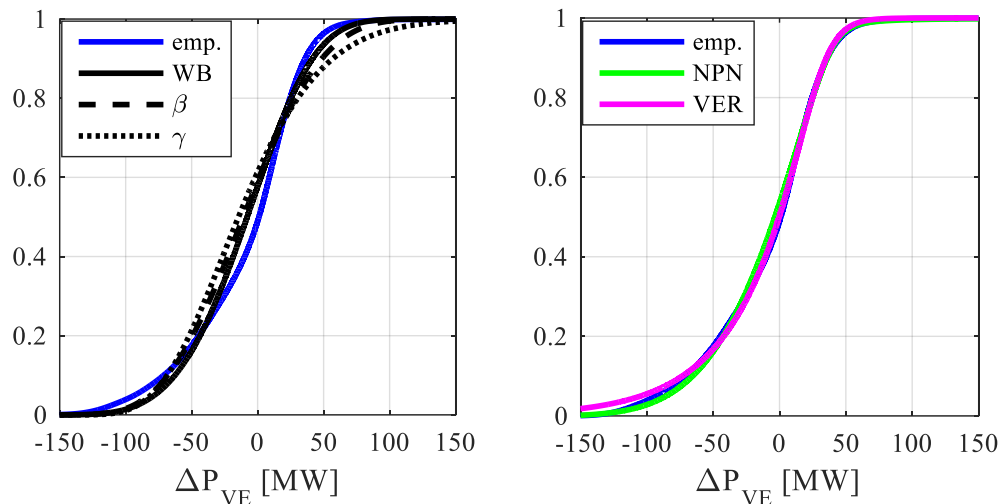
$$F_{\text{VER}}^{-1}(p|a,b,c) = c - \frac{1}{a} \ln\left((0,1p)^{-1/b} - 1\right) \quad (4)$$

## 4 Rezultati

Sliki 7.2 in 7.3 prikazujeta funkcije gostote verjetnosti in zbirne funkcije verjetnosti napake napovedi proizvodnje VE v HR EES za leto 2013. Modeli z  $\beta$ , WB in  $\gamma$  porazdelitvijo so bili določeni z uporabo Matlabove funkcije »histifit«. Parametri RNPN, NPN in NN modelov so bili določeni z maksimizacijo funkcije verjetnosti, z uporabo diferenčne evolucije, ki je bila uporabljena tudi za določitev parametrov VER modela. Dobljene funkcije gostote verjetnosti so za obravnavane modele ovrednotene z efektivno vrednostjo razlike s funkcijo gostote verjetnosti empiričnega modela (tabela II).  $\beta$ , WB in  $\gamma$  verjetnostne porazdelitve kažejo največja odstopanja, medtem ko so odstopanja najmanjša za model s NPN verjetnostno porazdelitvijo.



Slika 7.2: Funkcije gostote verjetnosti za obravnavane modele porazdelitve napake napovedi proizvodnje VE



Slika 7.3: Zbirne funkcije verjetnosti za obravnavane modele porazdelitve napake napovedi proizvodnje VE

Tabela 7.2: Efektivna vrednost razlike funkcije gostote verjetnosti obravnavanih modelov in funkcije gostote verjetnosti empiričnega modela

$\beta$ [%]	WB [%]	$\gamma$ [%]	VER [%]	NN [%]	NPN [%]	RNPN [%]
52	36	45	26	22	19	32

Obravnavani modeli verjetnostne porazdelitve so ovrednoteni tudi z izbranimi percentili; 1%, 5%, 10%, 90%, 95% in 99%. WB porazdelitev za obravnavane percentile odstopa od empirične za približno 15%, podobno tudi  $\beta$  in  $\gamma$  porazdelitvi, vendar samo v levem delu (percentili 1%, 5%, 10%). V desnem delu (percentili 90%, 95%, 99%) znaša odstopanje  $\beta$  porazdelitve med 30 in 40%, odstopanje  $\gamma$  porazdelitve pa kar med 60 in 95%. Tudi odstopanje RNPN porazdelitve je v desnem delu večje in znaša med 20 in 30%, v levem delu pa znaša približno 10%. NPN in NN porazdelitvi najmanj odstopata od empirične, odstopanja obeh so v celotnem področju manjša od 10%. Tudi model z VER porazdelitvijo daje dobre rezultate, saj so odstopanja manjša od 10%, vendar na skrajnem levem robu odstopanja narastejo tudi do 40%, kar je posledica valovitosti empirične porazdelitve.

Tabela 7.3: Izbrani percentili določeni z obravnavanimi modeli

$p$	$\beta$ [MW]	WB [MW]	$\gamma$ [MW]	VER [MW]	NN [MW]	NPN [MW]	RNPN [MW]	emp. [MW]
1%	-105,5	-105	-101	-177	-122	-122,5	-111	-124
5%	-82	-78	-81	-104,5	-85	-85	-81	-93
10%	-67	-62	-68	-73	-65,5	-65,5	-63	-71
90%	48,5	41,5	57	35	39	36	44	36
95%	64	54,5	82	44	49	45	58	46
99%	91	77	130	61	68	70	86,5	67

## 5 Sklep

Dobljeni rezultati za HR EES v letu 2013 kažejo, da modeli, ki se v literaturi pogosto uporabljajo za verjetnostno porazdelitev napake proizvodnje VE, niso najbolj ustrezni. Predvsem  $\beta$  in  $\gamma$  porazdelitvi v desnem delu izrazito odstopata od empirične porazdelitve. Rezultati, dobljeni z modelom z WB porazdelitvijo, so sicer zelo podobni rezultatom dobljenim z modelom z RNPN porazdelitvijo, vendar so odstopanja od empirične porazdelitve znatna. Boljše rezultate daje VER model, a samo na desni strani porazdelitve. Na skrajnem levem robu so odstopanja velika, kar je posledica valovitosti empirične porazdelitve. Z izbiro ustrezne aproksimacijske funkcije bi bilo možno izboljšati rezultate VER modela. Najboljše rezultate dajeta modela z NN in NPN verjetnostno porazdelitvijo.

## Literatura

- [1] H. Bludszuweit, J. A. Dominguez-Navarro, and A. Llomart, "Statistical Analysis of Wind Power Forecast Error," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 3, pp. 983–991, Aug. 2008.
- [2] B. M. S. Hodge, E. G. Ela, and M. Milligan, "Characterizing and modeling wind power forecast errors from operational systems for use in wind integration planning studies," *Wind Eng.*, vol. 36, no. 5, pp. 509–524, Oct. 2011.
- [3] N. Menemenlis, M. Huneault, and A. Robitaille, "Computation of Dynamic Operating Balancing Reserve for Wind Power Integration for the Time-Horizon 148 Hours," *IEEE Trans. Sustain. Energy*, vol. 3, no. 4, pp. 692–702, Oct. 2012.
- [4] K. Choudhry, and M. A. Matin, "Extended skew generalized normal distribution," *Int. J. Stat.*, vol. 69, no. 3, pp. 265–278, Dec. 2011.
- [5] Z.-S. Zhang, Y.-Z. Sun, D. W. Gao, J. Lin, and L. Cheng, "A Versatile Probability Distribution Model for Wind Power Forecast Errors and Its Application in Economic Dispatch," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 3114–3125, Aug. 2013.

