

SEGREVANJE VODNIKOV V USTALJENEM STANJU II

Žiga VORŠIČ, Jože PIHLER, Robert MARUŠA

POVZETEK

V načrtovanju razdeljevalnih in prenosnih omrežij vpliva na izbiro prereza več dejavnikov kot so padec napetosti, izguba moči, stabilnost, zaščita in še kateri drugi. Pomemben je dvig temperature vodnikov nad temperaturo okolja. Treba je poznati največji trajni tok vodnika saj določa najvišjo dovoljeno temperaturo vodnika. Temperatura vodnika vpliva na povprečno temperaturo med stebri in določa spremembo natezne trdnosti zaradi segrevanja. Za kratke povezovalne vode ob izrednih razmerah je temperatura vodnika merodajna za pravilno izbiro vodnika.

Pomembne so tri temperature: Joulsko segrevanje je odvisno od povprečne temperature vodnika, konvekcija in sevanje sta odvisni od temperature površine vodnika. Sprememba (znižanje) natezne trdnosti je v prvem približku odvisno od temperature pramenov vrvi v sredini vodnika.

Kljub dobremu stiku med posameznimi plastmi aluminija, kar je zagotovljeno ob proizvodnji, imajo velik vpliv prazni prostori med žicami. Če jih zanemarimo, ima vrv skoraj enake (toplotne) lastnosti kot homogen vodnik in je temperatura v osi skoraj enaka temperaturi na površini. Ob upoštevanju praznih prostorov med žicami, je toplotna prevodnost okoli stokrat manjša. Ustrezno so tudi razlike med temperaturami površine in sredine mnogo večje.

V prispevku smo pokazali, kako posamezni vplivni dejavniki delujejo na vodnik; ga segrevajo oz. hladijo v ustaljenem obratovanju.

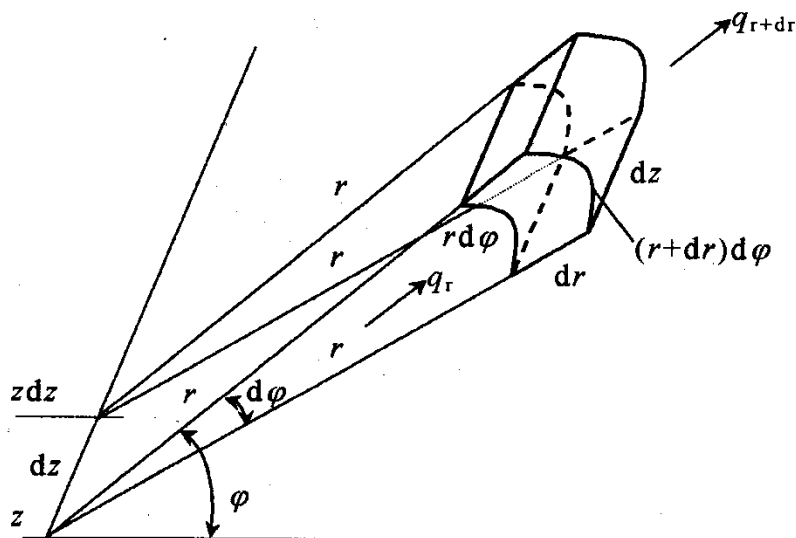
1. IZBIRA PREREZA VODNIKOV GLEDE NA SEGREVANJE

Vsak vodnik se segreva, če teče po njem električni tok. Ko bi se vsa v vodniku proizvedena toplota porabljala za segrevanje, bi temperatura vodnika neprestano naraščala. Ko se temperatura vodnika dvigne nad temperaturo okolice, začne vodnik oddajati toploto okolici.

povečanje energije = $\frac{\text{pretok energije skozi površino}}{\pm}$ notranji izvori energije

$$\int_V c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV = - \int_S j \cdot dS \pm \int_V Q \cdot dV$$

Splošna toplotna enačba tokovodnikov po V. T. Morganu [1]



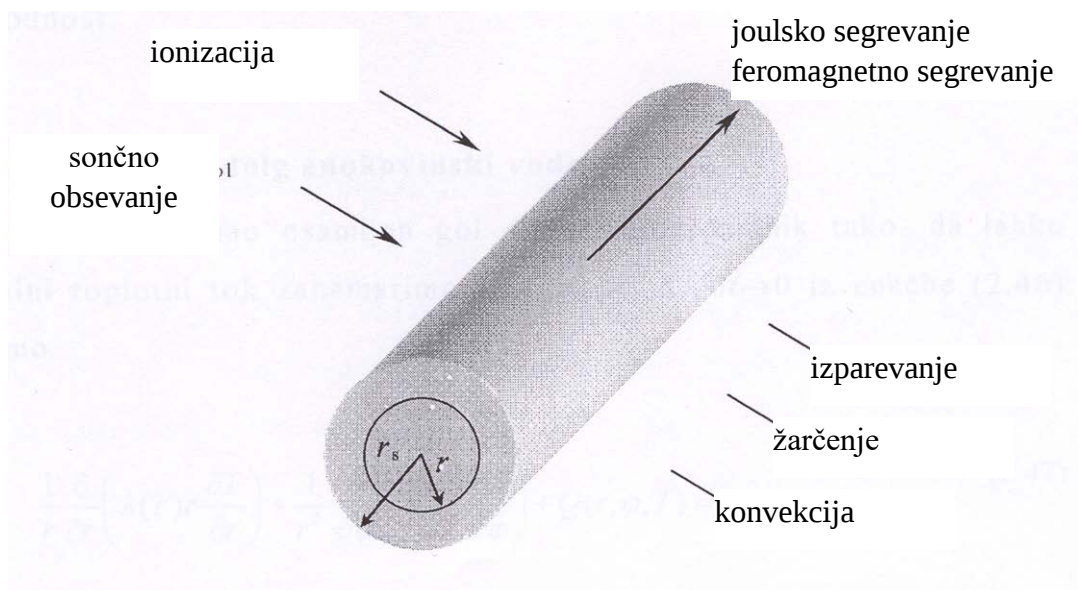
Slika1.1: Pretok toplote v elementarnem volumnu

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) \cdot \left(1 + \frac{dr}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \cdot \left(\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \left(1 + \frac{dr}{2 \cdot r} \right) \right) + Q(T) \cdot \left(1 + \frac{dr}{2 \cdot r} \right) - \gamma(T) \cdot c(T) \cdot \frac{dT}{dt} \cdot \left(1 + \frac{dr}{2 \cdot r} \right) = 0$$

Ustaljeno obratovanje

Rezultat istočasnega segrevanja in ohlajevanja je toplotno ravnotežje, kateremu ustreza določeno zvišanje temperature vodnika nad temperaturo okolice.



Slika 1.2: Toplotno ravnotežje v ustaljenem obratovanju

2. USTALJENO OBRATOVANJE

V ustaljenem obratovanju opazujemo dogajanje – energijo v časovni enoti, torej moč. Vsa energijska ravnovesja se poenostavijo v ravnovesja moči. Zaradi preglednosti ne upoštevamo, da je lahko vodnik nekaj metrov zakrit pred soncem, zato ne opazujemo toka toplote v vzdolžni smeri (z-osi). Glede na to, da ne poznamo faktorjev imisivnosti in emisivnosti za jasno, oblačno nebo, travnate površine, polja, smo tako ε kot tudi α postavili enaka ena in dobili s tem rotacijsko simetričen sistem.

2.1 Moč sevanja

Izraz sevanje se nanaša na stalno oddajanje (emisijo) energije s površine vseh teles. Energijo imenujemo energijo sevanja in je elektromagnetno valovanje. Radijski valovi, infrardeči valovi, vidna svetloba, ultravijolični žarki in X-žarki so vsi elektromagnetno valovanje, ki se med seboj razlikujejo po valovni dolžini. Prenos vseh teh vrst energije sevanja in hitrost prenosa v vakuumu je enaka svetlobni hitrosti. Toplotno sevanje je elektromagnetno valovanje valovnih dolžin $0,5 \mu\text{m}$ do $1000 \mu\text{m}$, torej je del celotnega toplotnega sevalnega spektra deloma tudi v njegovem vidnem t.j. svetlobnem delu.

Jožef Štefan je 1879 objavil zakon na osnovi eksperimentalnih opazovanj: gostota (energijskega) toka sevanja črnega telesa narašča s četrto potenco termodinamične temperature:

$$\varphi = \sigma \cdot T^4 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

pri tem je σ splošna (univerzalna) konstanta, znana kot Stefan - Boltzmanova konstanta in znaša $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$. Enačba predstavlja ves sevalni tok črnega telesa pri vseh frekvencah (ali valovnih dolžinah).

Izračunajmo, kolikšen svetlobni tok oddaja 1 m dolg kos vodnika Al/Fe $490/65 \text{ mm}^2$ pri temperaturi $T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$. Zaradi preglednosti predpostavimo, da je površina idealno črna. Površina je $S_v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 1 \text{ m} = 2 \cdot \pi \cdot 0,0153 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 0,096 \text{ m}^2$.

$$P = \varphi \cdot S_v = \sigma \cdot T^4 \cdot S_v = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 293^4 \cdot 0,096 = 39,676 \text{ W}$$

To ni tako malo. Zaradi te svetlobe bi se vrv dokaj hitro ohlajala, če ne bi sproti dobivala toplote in svetlobe iz okolice. Specifična gostota 1 m vrvi je

$$\rho_{\text{m vrvi}} = \frac{\rho_{\text{m Al}} \cdot A_{\text{Al}} + \rho_{\text{m Fe}} \cdot A_{\text{Fe}}}{A_{\text{Al}} + A_{\text{Fe}}} = 0,003297 \text{ kg/m mm}^2$$

in masa:

$$m_{\text{vrvi}} = \rho_{\text{m vrvi}} \cdot A_{\text{vrvi}} \cdot 1 \text{ m} = 1,83 \text{ kg}$$

Specifična toplota vrvi je:

$$c_{p \text{ vrvi}} = \frac{c_{p \text{ Al}} \cdot A_{\text{Al}} + c_{p \text{ Fe}} \cdot A_{\text{Fe}}}{A_{\text{Al}} + A_{\text{Fe}}} = 845 \text{ J/kg}$$

Mislimo si, da bi bila vrv nekje v vesolju (daleč od vseh sonc). Za segretje za 1 stopinjo potrebuje pločevina

$$dQ = m \cdot c_p \cdot dT = 1,83 \text{ kg} \cdot 845 \text{ J/(kg K)} \cdot 1 \text{ K} = 1547 \text{ J}$$

Ker izgublja vrv pri temperaturi 20 °C na sekundo 40 J, bi se pri navedenih okoliščinah ohladila vsako sekundo za $(40/1547) = 0,026 \text{ K}$.

Enako temperaturo (20 °C) pa imajo tudi telesa, ki so okrog plošče. Tedaj dobiva plošča iz okolice ravno toliko svetlobe, namreč

$$\sigma \cdot T_o^4 \cdot S_v = 40 \text{ W}$$

Dobro vemo, da se lahko telo na soncu segreje nad temperaturo svoje okolice. Sonce sije na vodnik samo 'od zgoraj', kot obsevano površino lahko zaradi ukrivljenosti vzamemo kar vzdolžni prerez $A_p = 2 \cdot r \cdot 1 \text{ m} = 2 \cdot 0,0153 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 0,0306 \text{ m}^2$. Najprej naj ima vodnik temperaturo $T_o = 20 \text{ °C} = 293 \text{ °K}$ in enako temperaturo naj imajo tudi telesa, ki so okrog plošče. Tedaj dobiva vodnik iz okolice ravno toliko svetlobe (toplote),

$$\sigma \cdot T_o^4 \cdot S_v = 40 \text{ W}$$

kolikor je oddaja. Ko posije sonce na ploščo, se prejšnjim 40 wattom pridruži še svetlobni tok

$$P_{\text{sonca}} = \Phi_{\text{sonca}} = \varphi_{\text{sonca}} \cdot A_p = 30 \text{ W}$$

pri čemer je φ_{sonca} sončna konstanta (1000 W/m^2). Plošča se začne segrevati in doseže navsezadnje tolikšno temperaturo T , da oddaja potem spet ravno toliko energije na sekundo, kolikor je prejema. Če upoštevamo samo svetlobne toke je bilanca naslednja:

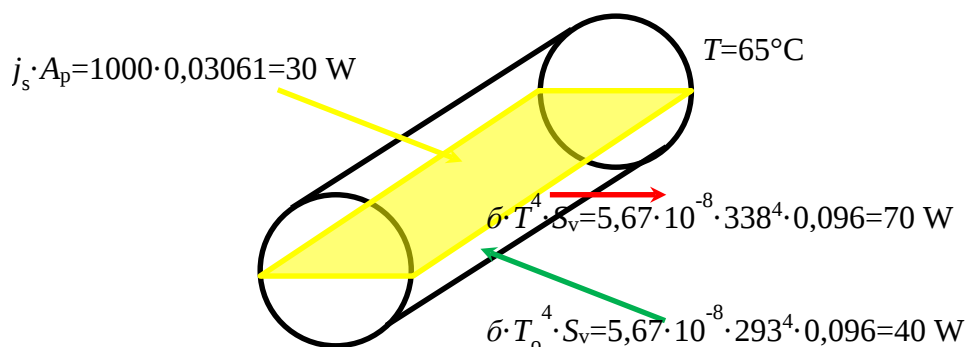
$$\varphi_{\text{sonca}} \cdot A_p + \sigma \cdot T_o^4 \cdot S_v = \sigma \cdot T_p^4 \cdot S_v$$

Pri tem so:

φ_{sonca}	gostota energijskega toka Sonca ob površini [W/m^2],
A_p	vzdolžni prerez vodnika [m^2],
σ	Štefan-Boltzmannova konstanta $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$,
T_o	temperatura površine [K],
T_p	temperatura obdajajočega sredstva [K],
S_v	površina vodnika [m^2].

Če upoštevamo sončno konstanto ($E_0 = 1367 \text{ W/m}^2$) zmanjšano za prehod skozi ozračje ($\varphi_{\text{sonca}} = 1000 \text{ W/m}^2$), dobimo:

$$T = \sqrt[4]{T_0^4 + \frac{j_s \cdot A_p}{\sigma \cdot S_v}} = \sqrt[4]{293^4 + \frac{1000}{\pi \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}}} = 338 \text{ K} = 65 \text{ }^\circ\text{C}$$



Slika 2.1: Toplotno ravnotežje valja na soncu

Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu ($\varphi_{\text{sonca}} = 1000 \text{ W/m}^2$) segreje na $65 \text{ }^\circ\text{C}$.

2.2 Konvekcija

Konvekcija je prestop toplote s trdnih teles na plinasti (tekoči) medij in obratno. Vezana je na gravitacijo. Če ni gravitacije, tudi konvekcijskega pojava prevajanja toplote ni.

V prvem trenutku se toplota širi s prevajanjem od molekule do molekule. Ko se prva plast pri tem ogreje, postane lažja in se zaradi vzgona začne dvigati. Pride do turbulentnega gibanja - konvekcije, ki je mnogo učinkovitejša od samega prevajanja. Vzgonsko premikanje molekul skrajšuje pot, ki bi jo sicer moral prevaliti toplotni tok.

Raziskave toplotnih tokov zaradi konvekcije so dale sledeče empirične formule za določitev velikosti teh tokov:

$$\Phi = S \cdot \alpha \cdot (T_p - T_0) [\text{W}]$$

$$\varphi = \alpha \cdot (T_p - T_0) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right],$$

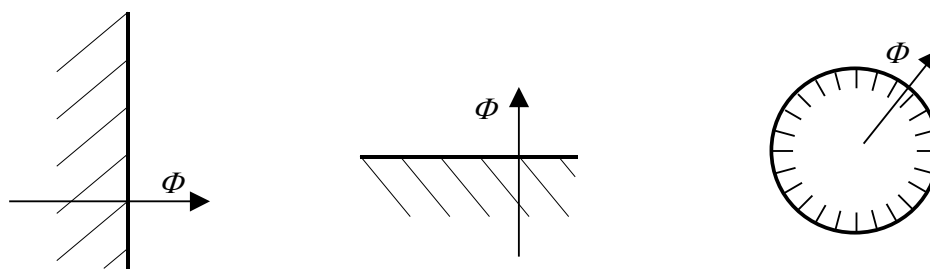
pri tem so:

α - toplotna prestopnost $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \right]$ (odvisna je od položaja in oblike stene),

T_p - srednja temperatura konvekcijske površine [K],

T_0 - temperatura obdajajočega sredstva [K],

S - površina [m^2].



a) vertikalna površina

b) horizontalna površina

c) cev

Slika 2.2: Značilni primeri prenosa toplote s konvekcijo

Nusseltovi obrazci za toplotno prestopnost so določeni eksperimentalno za mirujoč zrak pri temperaturni razliki, ki je večja od 10 °C; določeni so bili za različne posebne primere konvekcijskega prevajanja:

$$\alpha_h = 3,26 \cdot \sqrt[4]{T_p - T_o} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \right] \quad \text{horizontalna površina,}$$

$$\alpha_v = 2,566 \cdot \sqrt[4]{T_p - T_o} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \right] \quad \text{vertikalna površina,}$$

$$\alpha_c = 1,4 \cdot \sqrt[4]{\frac{T_p - T_o}{d}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \right] \quad \text{vodoravna cev (d je premer v metrih).}$$

Za vodoravno cev lahko gostoto toplotnega toka računamo na naslednji način:

$$\varphi = \alpha \cdot (T_p - T_o) = 1,4 \cdot \sqrt[4]{\frac{T_p - T_o}{d}} \cdot (T_p - T_o) = \frac{1,4}{\sqrt[4]{d}} \cdot (T_p - T_o)^{1,25} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

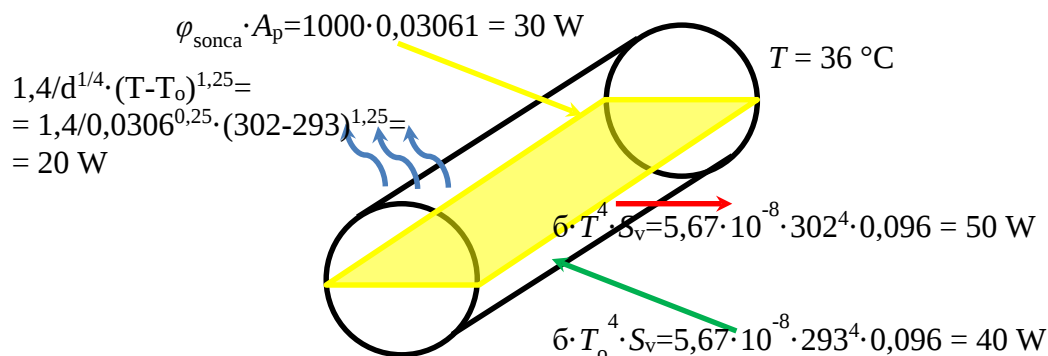
Ob upoštevanju sevanja in konvekcije je ravnotežna enačba za moč za 'naš' vodnik Al/Fe 490/65 mm² na enoto dolžine:

$$\varphi_{\text{sonca}} \cdot A_p + \sigma \cdot T_o^4 \cdot S_v = \sigma \cdot T_p^4 \cdot S_v + \frac{1,4}{\sqrt[4]{d}} \cdot (T_p - T_o)^{1,25}$$

pri tem so:

φ_{sonca}	gostota energijskega toka Sonca ob površini [W/m ²],
A_p	vzdolžni prerez vodnika [m ²],
σ	Štefan-Boltzmannova konstanta 5,67 · 10 ⁻⁸ W/(m ² K ⁴)
T_o	temperatura površine [K],
T_p	temperatura obdajajočega sredstva [K],
S_v	površina vodnika [m ²],
d	premer cevi (vodnika) [m].

Enačba ni algebraično rešljiva. Z numerično tangentno metodo dobimo temperaturo površine vodnika 309 K oz. 36 °C.



Slika 2.3: Toplotno ravnotežje valja na soncu ob upoštevanju konvekcije

Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu ($\phi_{\text{sonca}} = 1000 \text{ W/m}^2$) segreje na 65 °C, v brezvetrju ga konvekcija ohladi na 36 °C.

2.3 Električno segrevanje

Če opazujemo električni vod iz istega zornega kota kot električna vezja, mu moramo pripisati enake parametre kot jih ima električno vezje: upornost, induktivnost in kapacitivnost.

Ohmska upornost vodnika je upornost, s katero se vodnik upira pretoku enosmernega toka. Leta 1900 je Paul Drude oblikoval model, ki pojasnjuje električno upornost s trki prostih elektronov s predpostavljeno togo kristalno mrežo kovin. Električna prevodnost (v 'mikro' svetu $J = \sigma \cdot E$) je:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{n \cdot e^2 \cdot \tau}{m}$$

Pri tem je

- n koncentracija prostih elektronov,
- e naboj elektrona,
- m masa elektrona,
- τ povprečni čas med dvema trkoma elektrona.

Temperaturna odvisnost specifične upornosti je pri vseh prevodnikih v določenem obsegu približno linearna:

$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0)).$$

Pri tem je:

- α (linearni) temperaturni koeficient,
- T temperatura,

T_0 poljubna temperatura, npr. $T_0 = 293,15 \text{ K} = 20 \text{ C}$, pri kateri je specifična upornost $\rho(T_0)$ znana.

Upornost vodnika je odvisna od oblike in snovi, iz katere je vodnik, razen tega pa še od temperature, frekvence in gostote toka, ki teče skozi vodnik.

Ohmsko upornost daljnovoda na enoto dolžine R pri temperaturi vodnika 20 °C določimo iz nazivnega prereza A in specifične upornosti ρ_{el} .

$$R = \frac{\rho_{\text{el}}}{A} \quad [\Omega / \text{m}]$$

Džulsko segrevanje, ohmsko segrevanje oz. uporovno segrevanje je proces, pri katerem se sprošča toplota pri prehodu električnega toka skozi vodnik. Količina sproščene toplote je sorazmerna kvadratu toka:

$$Q \propto I^2 \cdot R \cdot t \quad [\text{J}]$$

Ta zveza je znana kot prvi Joulov zakon.

Običajno, v izračunih obratovalnih stanj, upoštevamo pri vrveh samo upornost (prevodnost) aluminijeskega plašča. Zaradi splošnosti bomo tukaj upoštevali tudi prevodnost jeklenega jedra in ustrezno delitev toka po plasteh. Največji dovoljeni tok za vodnik Al/Fe 490/65 mm² je 960 A.

$$\begin{array}{ll} \rho_{\text{el Al}} = 29,4 \Omega \text{ m} & \rho_{\text{el Fe}} = 96 \Omega \text{ m} \\ \alpha_{\text{el Al}} = 0,0039 \text{ 1/K} & \alpha_{\text{el Fe}} = 0,0056 \text{ 1/K} \end{array}$$

$\vartheta = 20 \text{ °C}$	$r \text{ [m]}$	$A \text{ [m}^2\text{]}$	$R_{\text{el}} \text{ [}\Omega\text{]}$	$I \text{ [A]}$	$P_{\text{el}} \text{ [W]}$
Fe	$4,55 \cdot 10^{-3}$	$65 \cdot 10^{-6}$	0,0015	37,0	2
Al ₁	$8,13 \cdot 10^{-3}$	$105,3 \cdot 10^{-6}$	$279 \cdot 10^{-6}$	196,3	10,7
Al ₂	$11,71 \cdot 10^{-3}$	$164,7 \cdot 10^{-6}$	$178 \cdot 10^{-6}$	307,2	16,8
Al ₃	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$224,9 \cdot 10^{-6}$	$131 \cdot 10^{-6}$	419,4	23
skupaj	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$555 \cdot 10^{-6}$	$57 \cdot 10^{-6}$	960	52,6

Ravnotežna enačba ob upoštevanju toka se potem glasi:

$$\varphi_{\text{sonca}} \cdot A_p + \sigma \cdot T_o^4 \cdot S_v + I^2 \cdot R_T = \sigma \cdot T_p^4 \cdot S_v + \frac{1,4}{\sqrt[4]{d}} \cdot (T_p - T_o)^{1,25},$$

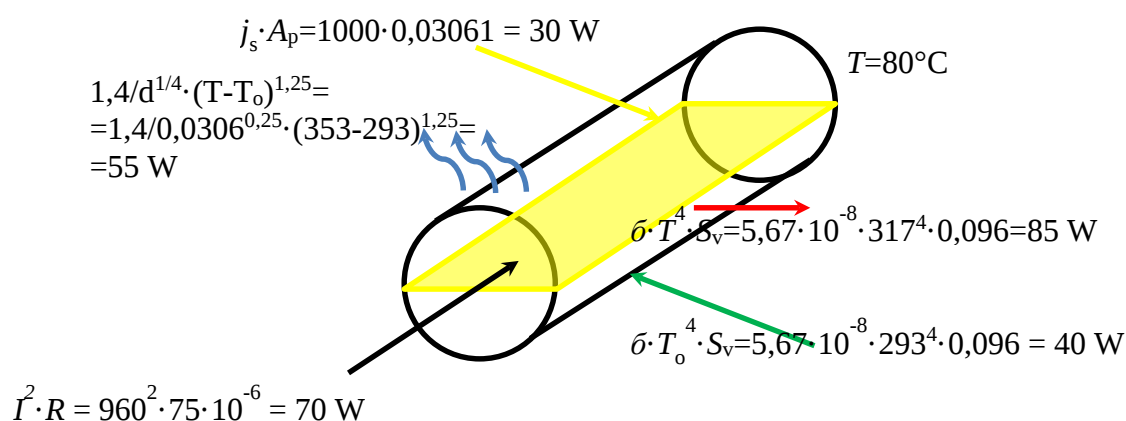
pri tem so:

φ_{sonca}	gostota energijskega toka Sonca ob površini [W/m^2],
A_p	vzdolžni prerez vodnika [m^2],
σ	Štefan-Boltzmannova konstanta $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4\text{)}$,
T_o	temperatura površine [K],
S_v	površina vodnika [m^2],
P_{el}	v 1 s sproščena toplota zaradi el. segrevanja [W],
T_p	temperatura obdajajočega sredstva [K],

d premer cevi (vodnika) [m].

S tangентno numerično metodo dobimo temperaturo površine vodnika 353 K oz. 80 °C.

$\vartheta = 80\text{ °C}$	r [m]	A [m ²]	R_{el} [Ω]	I [A]	P_{el} [W]
Fe	$4,55 \cdot 10^{-3}$	$65 \cdot 10^{-6}$	0,0022	33,7	2,44
Al ₁	$8,13 \cdot 10^{-3}$	$105,3 \cdot 10^{-6}$	$367 \cdot 10^{-6}$	197,1	14,27
Al ₂	$11,71 \cdot 10^{-3}$	$164,7 \cdot 10^{-6}$	$234 \cdot 10^{-6}$	308,3	22,32
Al ₃	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$224,9 \cdot 10^{-6}$	$172 \cdot 10^{-6}$	421,0	30,48
skupaj	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$555 \cdot 10^{-6}$	$75,4 \cdot 10^{-6}$	960	69,50

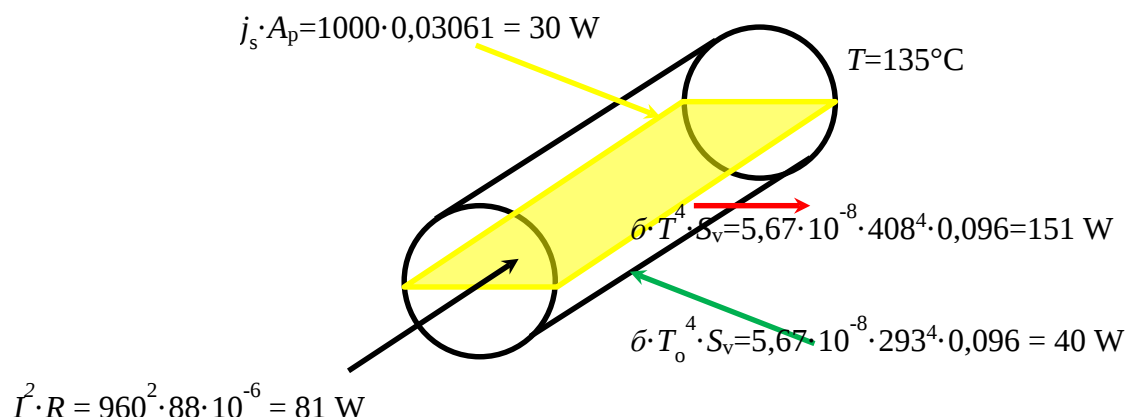


Slika 2.4: Toplotno ravnotežje vodnika na soncu ob upoštevanju konvekcije

Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu ($\varphi_{\text{sonca}} = 1000\text{ W/m}^2$) segreje na 65 °C, v brezvetrju ga konvekcija ohladi na 36 °C, največji dovoljeni tok $I = 960\text{ A}$ ga segreje na 80 °C.

Brez upoštevanja konvekcije bi se vodnik segrel na 135 °C.

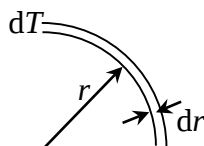
$\vartheta = 135\text{ °C}$	r [m]	A [m ²]	R_{el} [Ω]	I [A]	P_{el} [W]
Fe	$4,55 \cdot 10^{-3}$	$65 \cdot 10^{-6}$	0,0026	32,4	2,73
Al ₁	$8,13 \cdot 10^{-3}$	$105,3 \cdot 10^{-6}$	$427 \cdot 10^{-6}$	197,0	16,62
Al ₂	$11,71 \cdot 10^{-3}$	$164,7 \cdot 10^{-6}$	$273 \cdot 10^{-6}$	309,0	26,0
Al ₃	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$224,9 \cdot 10^{-6}$	$200 \cdot 10^{-6}$	421,0	35,5
skupaj	$15,3 \cdot 10^{-3}$	$555 \cdot 10^{-6}$	$87,7 \cdot 10^{-6}$	960	80,84



Slika 2.5: Toplotno ravnotežje vodnika na soncu brez konvekcije

3. SEGREVANJE VODNIKA PO PLASTEH

Pri električnih vodnikih pogosto jekleno jedro določa natezno trdnost in s tem povs in razmik od tal. Joulsko segrevanje je odvisno od povprečne temperature vodnika, konvekcija in sevanje sta odvisni od temperature površine vodnika. Sprememba (znižanje) natezne trdnosti je v prvem približku odvisno od temperature pramenov vrvi. Notranji, toplejši prameni hitreje izgubijo natezno trdnost, zato je treba računati oz. meriti tudi temperaturni gradient.

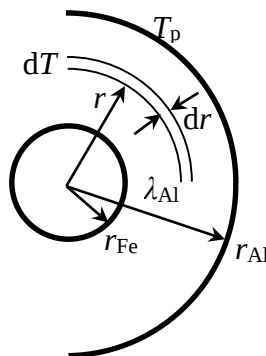


Slika 3.1: Toplotni tok skozi tanko plast

V ustaljenem stanju (drugo poglavje) smo izračunali temperaturo površine vodnika. Osnovna enačba za izračun temperature posameznih plasti je enačba za toplotni tok (moč) skozi diferencialno tanko steno:

$$\Phi = P = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dr}$$

Skozi diferencialno tanko cev (debeline stene dr) se v času dt prenese toplotni tok Φ iz jeklenega jedra (P_{Fe}) in del toplotnega toka iz izvora v aluminiju do polmera r .



Slika 3.2: Toplotni tok iz jeklenega jedra

$$\Phi = P = P_{Fe} + P_{Al} = P_{Fe} + \frac{P_{Al}}{V_{Al}} \cdot V_{Al} = P_{Fe} + \frac{P_{Al}}{V_{Al}} \cdot \pi \cdot (r^2 - r_{Fe}^2) \cdot l$$

$$-\lambda_{Al} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \frac{dT}{dr} = P_{Fe} + \frac{P_{Al}}{V_{Al}} \cdot \pi \cdot (r^2 - r_{Fe}^2) \cdot l$$

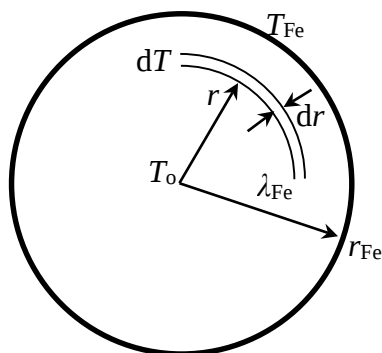
$$-\int_{T_p}^{T(r)} dT = \frac{P_{Fe} - \pi \cdot l \cdot \frac{P_{Al}}{V_{Al}} \cdot r_{Fe}^2}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_{Al}} \cdot \int_{r_{Al}}^r \frac{dr}{r} + \frac{\frac{P_{Al}}{V_{Al}}}{2 \cdot \lambda_{Al}} \cdot \int_{r_{Al}}^r r \cdot dr$$

$$T(r) = T_p + \frac{P_{Fe} - \pi \cdot l \cdot \frac{P_{Al}}{V_{Al}} \cdot r_{Fe}^2}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_{Al}} \cdot \ln \frac{r_{Al}}{r} + \frac{\frac{P_{Al}}{V_{Al}}}{4 \cdot \lambda_{Al}} \cdot (r_{Al}^2 - r^2)$$

$$T(r) = T_p + \frac{p_{Fe} - \frac{p_{Al} \cdot r_{Fe}^2}{(r_{Al}^2 - r_{Fe}^2)}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{Al}} \cdot \ln \frac{r_{Al}}{r} + \frac{p_{Al}}{4 \cdot \lambda_{Al} \cdot \pi \cdot (r_{Al}^2 - r_{Fe}^2)} \cdot (r_{Al}^2 - r^2)$$

$$T_{Fe} = T(r_{Fe}) = T_p + \frac{p_{Fe} - \frac{p_{Al} \cdot r_{Fe}^2}{(r_{Al}^2 - r_{Fe}^2)}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{Al}} \cdot \ln \frac{r_{Al}}{r_{Fe}} + \frac{p_{Al}}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{Al}}$$

Izračunamo lahko še temperaturo v osi vodnika.



Slika 3.3: Računanje temperature v osi jeklenega jedra

$$\Phi = P = \frac{P_{Fe}}{V_{Fe}} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l = -\lambda_{Fe} \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{dT}{dr}$$

$$-\int_{T_p}^{T(r)} dT = \frac{\frac{P_{Fe}}{V_{Fe}}}{2 \cdot \lambda_{Fe}} \cdot \int_{r_{Fe}}^r r \cdot dr$$

$$T(r) = T_{Fe} + \frac{P_{Fe}}{4 \cdot \lambda_{Fe} \cdot \pi \cdot r_{Fe}^2} \cdot (r_{Fe}^2 - r^2)$$

$$T_o = T(r=0) = T_{Fe} + \frac{P_{Fe}}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{Fe}}$$

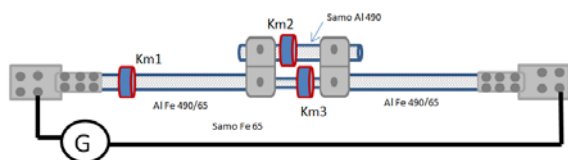
V preglednici 3.1 so podane vrednosti temperature v odvisnosti od razdalje od/do površine. Razdalje smo računali kot polmere s korakom desetinke debeline žice ($d = 0,0034$ m), podajamo pa polmere plasti vodnika.

Preglednica 3.1: Temperature v odvisnosti od polmera in okoljskih pogojev

	Tok [A]		960	960	960	480
	Sonce [W/m ²]		200	1000	1000	1000
	Temperatura okolice [°C]		5	20	40	40
r_{Al3} [mm]	0,0153	ϑ_{Al3} [°C]	50,80	79,00	96,85	70,45
r_{Al2} [mm]	0,0119	ϑ_{Al2} [°C]	50,808754	79,009622	96,860170	70,452340
r_{Al1} [mm]	0,0085	ϑ_{Al1} [°C]	50,814756	79,016209	96,867128	70,453942
r_{Fe2} [mm]	0,0051	ϑ_{Fe2} [°C]	50,817667	79,019383	96,870469	70,454716
r_{Fe1} [mm]	0,0017	ϑ_{Fe1} [°C]	50,821235	79,623185	96,874422	70,455648
sredina [mm]	0,0000	$\vartheta_{sredina}$ [°C]	50,822325	79,624346	96,875629	70,455933

4. MERITVE TOKA PO PLASTEH

Za preverjanje pravilnosti izračunov v prejšnjem poglavju smo morali najprej preveriti delitev toka po plasteh. Odločili smo se za grobo meritev: Na približno 2 m dolgem kosu vrvi smo na sredini cca 10 cm aluminijastega opleta odstranili (da smo imeli dostop do jeklenega jedra) ter 'olupljeni' del vrvi kratko vezali samo z odstranjenimi aluminijastimi žicami (slika 4.1).



Slika 4.1: Shema in slika meritve s prekinjenim aluminijastim plaščem

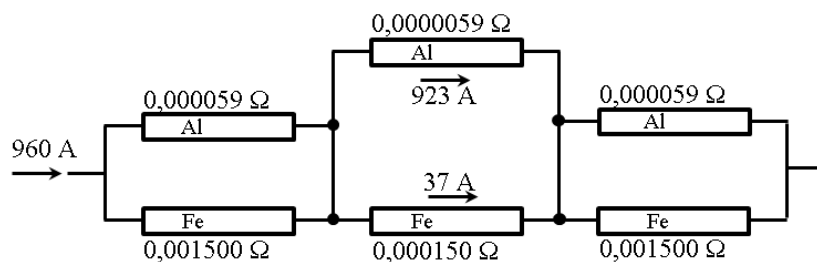
Rezultati meritev so bili drugačni od pričakovanja (preglednica 4.1).

Preglednica 4.1: Rezultati meritev s prekinjenim aluminijastim plaščem

Tok skozi kleščni merilnik Km1 [A]	Tok skozi kleščni merilnik Km2		Tok skozi kleščni merilnik Km3	
	[A]	[/]	[A]	[/]
57	46	0,81	12	0,21
100	84	0,84	22	0,22
206	166	0,81	43	0,21
408	323	0,79	82	0,20
605	492	0,81	122	0,20
810	650	0,80	159	0,20
1004	811	0,81	198	0,20
1209	971	0,80	250	0,21
1406	1165	0,83	310	0,22

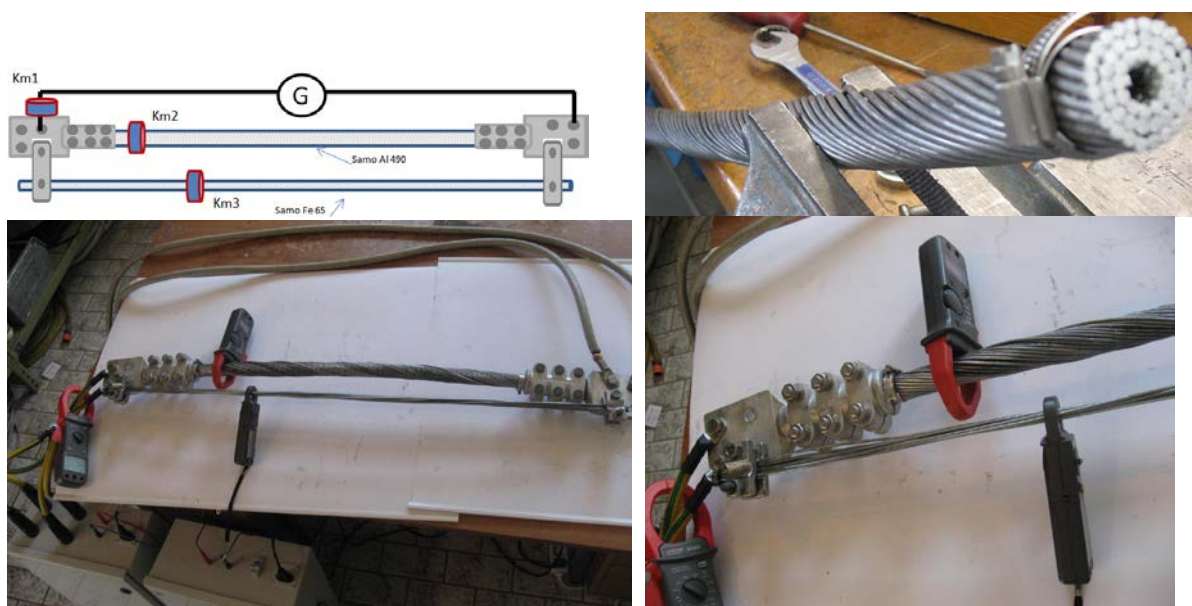
Pričakovana delitev toka pri skupnem toku 960 A je bila 96,13 % toka v aluminijastem plašču in 3,85 % v jeklenem jedru. Razhajanje smo poskusili pojasniti z osnovami elektrotehnike.

Električno nadomestno vezje z vrisanimi izračunanimi toki za 2 m dolg vodnik je na sliki 4.2.



Slika 4.2: Teoretična delitev toka med železnim jedrom in aluminijastim plaščem

Očitno je bila razdelitev toka v priboru (spojkah) ob prerezanem aluminijastem plašču drugačna, kot smo načrtovali. Odločili smo se to preveriti in izvlekli jekleno jedro ter vzporedno priključili na izvor jekleno jedro in aluminijast plašč (slika 4.3).



Slika 4.3: Meritev toka pri vzporedni vezavi aluminijastega plašča in jeklenega jedra

Dobili smo pričakovane rezultate (preglednica 4.2):

Preglednica 4.2: Rezultati delitve toka ob vzporedni vezavi jeklenega jedra in aluminijastega plašča

Tok skozi kleščni merilnik Km1 [A]	Tok skozi kleščni merilnik Km2		Tok skozi kleščni merilnik Km3	
	[A]	[/]	[A]	[/]
57	56	0,982	2	0,035
104	99	0,952	4	0,038
205	199	0,971	7	0,034
414	397	0,959	15	0,036
611	593	0,971	22	0,036

814	792	0,973	29	0,036
1005	986	0,981	37	0,037
1210	1176	0,972	44	0,036
1416	1370	0,968	50	0,035

Da bi vpliv pribora zmanjšali na sprejemljivo velikost, smo naslednjo meritev naredili na nekajkrat daljšem merjencu (več kot deset metrov). Vrv Al/Fe 490/65 smo na enem koncu na kratkem delu razpletli (ne prekinili) toliko, da smo prišli do posameznih 'delnih' vodnikov, jeklenega jedra in vseh treh plasti aluminijastega plašča (slika 4.4). Rezultati meritev so podani v preglednici 4.3.



Slika 4.4: Postavitev merilne proge na prostem

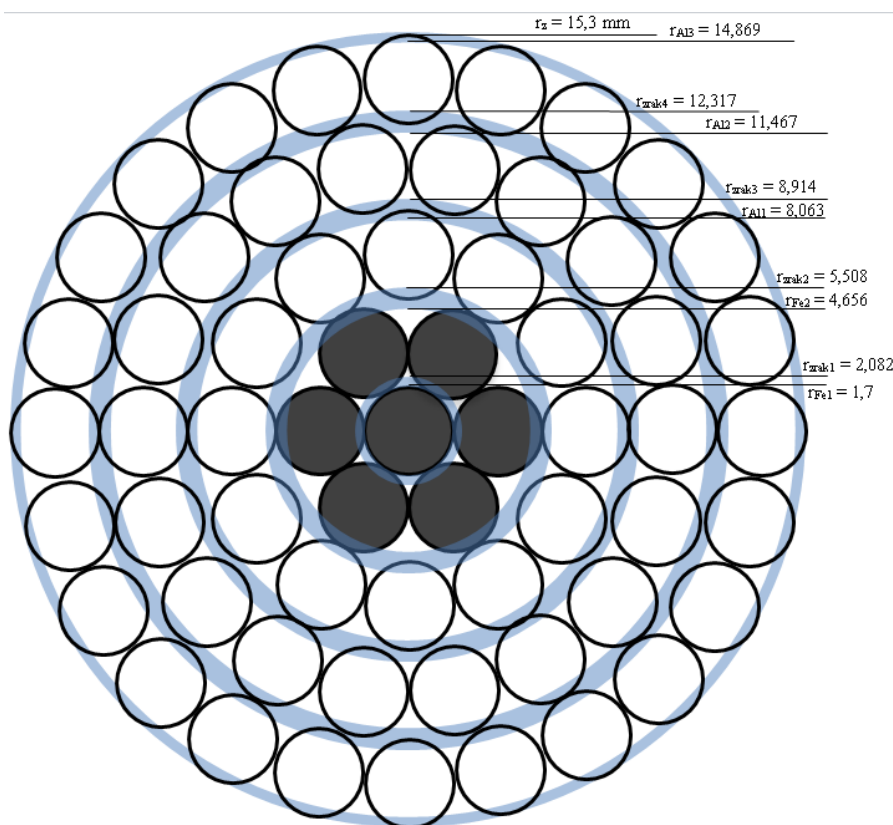
Preglednica 4.3: Razdelitev toka po plasteh vrvi Al/Fe 490/65

Skupni tok	jekleno jedro		notranja plast Al		srednja plast Al		zunanja plast Al	
	[A]	[/]	[A]	[/]	[A]	[/]	[A]	[/]
500	10	0,020	90	0,180	157	0,314	240	0,480
790	17	0,022	137	0,173	251	0,318	376	0,476
pričakovane vrednosti		0,039		0,204		0,32		0,437

Meritev bi morali večkrat ponoviti, pri različnih vremenskih pogojih, da bi lahko rezultate komentirali in jih posplošili. Pa vendar komentar za dobljene vrednosti meritev: Merili smo zjutraj, še pred soncem, pri 4 °C, v brezvetrju. Očitno je bila vrv v sredini bolj vroča (večja upornost), zato manjša toka od pričakovanega v jeklenem jedru in notranji plasti aluminija. Srednja plast je bila obremenjena skladno s pričakovanji, medtem ko je zunanja plast prenašala večji tok. Lahko si zamišljamo, da je zaradi večjega hlajenja imela nižjo upornost. Če povzamemo, je prevajanje toplote proti površini slabše kot smo predpostavili v predhodnem razdelku.

5. SEGREVANJE PO PLASTEH DRUGIČ

Kljub dobremu stiku med posameznimi plastmi aluminija, kar je zagotovljeno ob proizvodnji, imajo velik vpliv prazni prostori med žicami. V novem modelu za izračun prevajanja toplote iz sredine na površino smo predpostavili koncentrične tulce iz kovine in zraka (slika 5.1). V prerezu so to kolobarji, ki imajo enako površino kot dejanske kovine oz. zračni prostori.



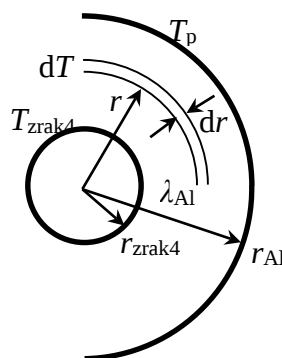
Slika 5.1: Vodnik z vrisanimi nadomestnimi kolobarji zraka

Osnovna enačba za izračun temperature posameznih plasti je enačba za toplotni tok (moč) skozi diferencialno tanko steno:

$$\Phi = P = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dr}.$$

Ponovno izhajamo iz temperature površine vodnika v ustaljenem stanju (drugo poglavje). Pri prevajanju toplote pa moramo sedaj ločiti prevajanje skozi plast zraka, kjer je toplotni tok konstanten (ni izvorov) in prevajanje skozi plast kovine (aluminija oz. jekla, kjer moramo k toplotnemu toku iz notranjosti prišteti še 'proizvodnjo' toplote v plasti).

Zunanja plast aluminija: Skozi diferencialno tanko cev (debeline stene dr) se prenese toplotni tok Φ iz jeklenega jedra in notranjih plasti aluminija (P_{not}) in del toplotnega toka iz izvora v zunanji plasti aluminija do polmera r .



Slika 5.2: Toplotni tok iz notranjosti skozi zunanjo plast aluminija

$$\Phi = P = P_{\text{not}} + P_{\text{Al3}}' = P_{\text{not}} + \frac{P_{\text{Al3}}}{V_{\text{Al3}}} \cdot V_{\text{Al3}}' = P_{\text{not}} + \frac{P_{\text{Al3}}}{V_{\text{Al3}}} \cdot \pi \cdot (r^2 - r_{\text{zrak4}}^2) \cdot l$$

$$-\lambda_{\text{Al}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \frac{dT}{dr} = P_{\text{not}} + \frac{P_{\text{Al3}}}{V_{\text{Al3}}} \cdot \pi \cdot (r^2 - r_{\text{zrak4}}^2) \cdot l$$

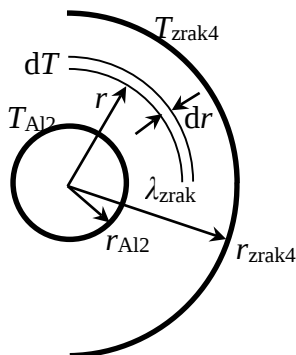
$$-\int_{T_p}^{T(r)} dT = \frac{P_{\text{not}} - \pi \cdot l \cdot \frac{P_{\text{Al3}}}{V_{\text{Al3}}} \cdot r_{\text{zrak4}}^2}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_{\text{Al}}} \cdot \int_{r_p}^r \frac{dr}{r} + \frac{\frac{P_{\text{Al3}}}{V_{\text{Al3}}}}{2 \cdot \lambda_{\text{Al}}} \cdot \int_{r_p}^r r \cdot dr$$

$$T(r) = T_p + \frac{P_{\text{not}} - \pi \cdot l \cdot \frac{P_{\text{Al3}}}{V_{\text{Al3}}} \cdot r_{\text{zrak4}}^2}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_{\text{Al}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{Al}}}{r} + \frac{\frac{P_{\text{Al3}}}{V_{\text{Al3}}}}{4 \cdot \lambda_{\text{Al}}} \cdot (r_{\text{Al}}^2 - r^2)$$

$$T(r) = T_p + \frac{P_{\text{not}} - \frac{P_{\text{Al}} \cdot r_{\text{zrak4}}^2}{(r_{\text{Al}}^2 - r_{\text{zrak4}}^2)}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Al}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{Al}}}{r} + \frac{P_{\text{Al}}}{4 \cdot \lambda_{\text{Al}} \cdot \pi \cdot (r_{\text{Al}}^2 - r_{\text{zrak4}}^2)} \cdot (r_{\text{Al}}^2 - r^2)$$

$$T_{\text{zrak4}} = T(r_{\text{zrak4}}) = T_p + \frac{p_{\text{not}} - \frac{p_{\text{Al}} \cdot r_{\text{zrak4}}^2}{(r_{\text{Al}}^2 - r_{\text{zrak4}}^2)}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Al}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{Al}}}{r_{\text{zrak4}}} + \frac{p_{\text{Al}}}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Al}}}$$

Plast zraka: V stacionarnem stanju je toplotni tok konstanten (ni izvorov) in je enak toplotnemu toku, ki pride do zraka. V primeru četrte plasti zraka je to Φ iz jeklenega jedra in notranjih plasti aluminija (P_{not}) na razdalji r_{Al2} od sredine vodnika (slika 5.1 in 5.3)



Slika 5.3: Toplotni tok iz notranjosti skozi plast zraka

$$-\lambda_{\text{zrak}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \frac{dT}{dr} = P_{\text{not}}$$

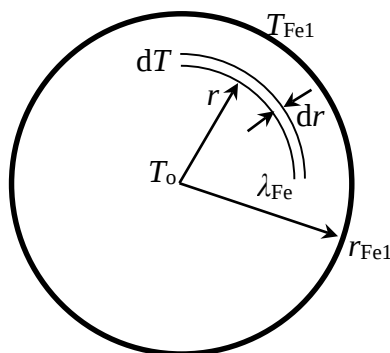
$$-\int_{T_p}^{T(r)} dT = \frac{P_{\text{not}}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_{\text{zrak}}} \cdot \int_{r_p}^r \frac{dr}{r}$$

$$T(r) = T_{\text{zrak4}} + \frac{P_{\text{not}}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_{\text{zrak}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{zrak4}}}{r}$$

$$T(r) = T_{\text{zrak4}} + \frac{P_{\text{not}}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{zrak}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{zrak4}}}{r}$$

$$T_{\text{Al2}} = T(r_{\text{Al2}}) = T_{\text{zrak4}} + \frac{P_{\text{not}}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{zrak}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{zrak4}}}{r_{\text{Al2}}}$$

Sredina vodnika: postopek nadaljujemo imenoma – plast kovine, plast zraka. Ko določimo temperaturo površine jeklene žice v sredini, lahko določimo še temperaturo v osi vodnika.



Slika 5.4: Računanje temperature v osi jeklenega jedra

$$\Phi = P = \frac{P_{Fe1}}{V_{Fe1}} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l = -\lambda_{Fe} \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{dT}{dr}$$

$$-\int_{T_{Fe1}}^{T(r)} dT = \frac{P_{Fe1}}{2 \cdot \lambda_{Fe}} \cdot \int_{r_{Fe1}}^r r \cdot dr$$

$$T(r) = T_{Fe1} + \frac{P_{Fe1}}{4 \cdot \lambda_{Fe} \cdot \pi \cdot r_{Fe1}^2} \cdot (r_{Fe1}^2 - r^2)$$

$$T_o = T(r=0) = T_{Fe1} + \frac{P_{Fe1}}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{Fe}}$$

V preglednici 5.1 so podane temperature na posameznih značilnih polmerih pri različnih okoljskih pogojih.

Preglednica 5.1: Temperature v odvisnosti od polmera in okoljskih pogojev

	Tok [A]		960	960	480	960
	Sonce [W/m ²]		200	500	500	500
	Temperatura okolice [°C]		5	20	40	40
r_{Al3} [mm]	0,015300	ϑ_{Al3} [°C]	50,8	79,0	96,85	70,45
r_{zrak4} [mm]	0,012317	ϑ_{zrak4} [°C]	50,806618	79,007251	96,857688	70,451765
r_{Al2} [mm]	0,011467	ϑ_{Al2} [°C]	52,318835	80,666201	98,613028	70,855362
r_{zrak3} [mm]	0,0089140	ϑ_{zrak3} [°C]	52,323381	80,671188	98,618288	70,856576
r_{Al1} [mm]	0,0080640	ϑ_{Al1} [°C]	53,250413	81,810821	99,690055	71,103887
r_{zrak2} [mm]	0,0055080	ϑ_{zrak2} [°C]	53,252661	81,813274	99,692636	71,104485
r_{Fe2} [mm]	0,0046560	ϑ_{Fe2} [°C]	53,479144	82,054532	99,943484	71,163673
r_{zrak1} [mm]	0,0020820	ϑ_{zrak1} [°C]	53,481961	82,057548	99,946606	71,164412
r_{Fe1} [mm]	0,001700	ϑ_{Fe1} [°C]	53,520772	82,099122	99,989627	71,174597
sredina [mm]	0,000000	$\vartheta_{sredina}$ [°C]	53,521861	82,100283	99,990828	71,174882

6. SKLEP

Raziskali smo, koliko se segreje vodnik v ustaljenem obratovalnem stanju. Ob predpostavki, da je površina vodnika idealno črno telo, se na soncu ($\varphi_{\text{sonca}} = 1000 \text{ W/m}^2$) segreje na 65°C , v brezvetrju ga konvekcija ohladi na 36°C , največji dovoljeni tok $I = 960 \text{ A}$ ga segreje na 80°C .

Pri električnih vodnikih pogosto jekleno jedro določa natezno trdnost in s tem povs in razmik od tal. Joulsko segrevanje je odvisno od povprečne temperature vodnika, konvekcija in sevanje sta odvisni od temperature površine vodnika. Sprememba (znižanje) natezne trdnosti je v prvem približku odvisno od temperature pramenov vrvi. Notranji, toplejši prameni hitreje izgubijo natezno trdnost, zato je treba računati oz. meriti tudi temperaturni gradient.

Ob znani temperaturi površine vodnika smo izračunali dvig temperature v notranjosti v odvisnosti od razdalje od površine. Pri za raziskavo izbranem vodniku $490/65 \text{ mm}^2 \text{ Al/Fe}$ in nazivnem toku je dvig temperature v sredini jeklenega jedra približno $0,02$ stopinje, če ne upoštevamo praznega prostora med žicami. Ob upoštevanju zraka v medprostorih, je ta razlika približno 3 stopinje.

7. VIRI

- [1] V. T. Morgan, *Thermal Behavior of Electrical Conductors*, Research Studies Press, Taunton, Somerset, England, 1991
- [2] L. Thomas, *Heat Transfer*, Prentice Hal 1992, New Jersey
- [3] W. Rohsenow, *Handbook of Heat Transfer Fundamentals*, Mc Graw-Hill Co, 1985
- [4] F. W. Sears, M. W. Zemansky, *University Physics*, Addison- Wesley Publishing Company, 1964
- [5] I. Kuščer, A. Kodre, *Matematika v fiziki in tehniki*, Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana 1994
- [6] I. Kuščer, A. Moljk, *Fizika za srednješolce in samouke*, Državna založba Slovenije, Ljubljana 1962
- [7] https://www.google.si/search?sourceid=navclient&aq=&oq=&hl=sl&ie=UTF-8&rlz=1T4GGHP_slSI442SI443&q=josef+stefan&gs_l=hp..1.4115.0.0.0.2157.....0.
- [8] J. Voršič, J. Bratina, *Elektrotermija*, UM FERi, Založniško tiskarska dejavnost Univerze v Mariboru, Maribor 2000
- [9] B. Kraut: *Krautov strojniški priročnik*, Tehniška založba Slovenije 1954
- [10] http://en.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Nusselt
- [11] http://en.wikipedia.org/wiki/James_Prescott_Joule

NASLOVI AVTORJEV

Žiga VORŠIČ

SODO

Jože PIHLER

Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

Robert MARUŠA

ELES