

MATEMATIČNO MODELIRANJE IN PROGRAMIRANJE HIDRO SISTEMA

Jernej HOSNAR

POVZETEK

Naš namen je razviti generični model na podlagi mešano-celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP) za optimizacijo sistema ob morebitni izgradnji postrojenja s hidro elektrarno. Sistem temelji na modelu poljubno razvejanega vodnega omrežja; z različnim številom volumskih pretokov, idealnim naklonom pobočja analizirane pokrajine ter spremenljivimi vodnimi padci ob stičiščih tokov. Z modelom želimo napovedati optimalno lego postavitve vodnega zajetja hidroelektrarne, ki z inštaliranim vodnim pretokom na turbino daje maksimalen ekonomski dobiček od proizvedene in prodane električne energije. Prikazati želimo rezultate osnovnih fizikalnih in ekonomskih veličin za oceno izrabe vodnega potenciala ter podati sugestijo o izboru tehnološko najustreznejšega gonilnika vodne turbine za proizvodnjo električne energije.

Modeliranje in optimizacija zastavljenega problema se izvaja z napredno računalniško opremo, GAMS.

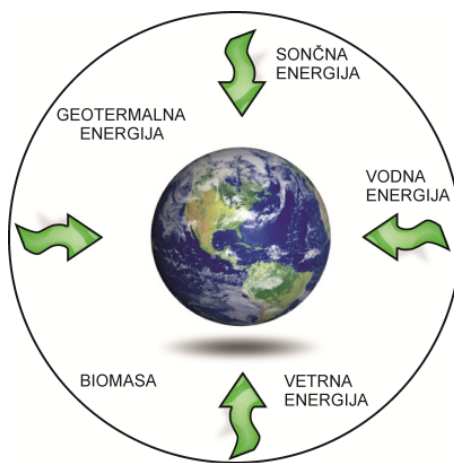
ABSTRACT

The purpose of this article was to develop a generic model based on mixed-integer, nonlinear programming (MINLP) for system optimisation regarding the possible construction of a hydropower plant. The system is based on the model of an arbitrary branched water network; with a varying number of volume flows, ideal slope inclination of the analysed landscape and variable water-head at the flow intersections. Using this model we wanted to predict the optimal installation location of water capture within a hydropower plant, that would give the maximum economic profit from produced and sold electricity using installed water-flow to the turbine. We wanted to present the results of basic physical and economic variables to assess the use of water potential and to provide suggestions on the selection of the most technologically appropriate water turbine driver for electricity generation.

Modelling and optimisation of the set problem were implemented using advanced GAMS computer software.

1. UVOD

Oskrba z električno energijo je temeljna potreba sodobnega človeka. Vodna energija, valovanje morja, biomasica, veter, sonce in geotermalna energija spadajo med čiste obnovljive vire na Zemlji (Sl. 1).



Sl. 1: Oskrba z »zeleno energijo«

Izmed vseh oblik predstavlja vodni potencial najpomembnejše trajnostno naravnano obliko za pridobivanje električne energije [1]. Sisteme hidroelektrarn razvrščamo glede na inštalirano moč postrojenja med velike, srednje, majhne, mini, mikro in piko [2]. Piko-hidro sistemi so relativno majhni viri energije z inštalirano močjo pod 10 kW ter primerni za posameznike ali manjše skupine uporabnikov. Ti so neodvisni od omrežne oskrbe z električno energijo [3-5].

Za bolj konstruktivno in sistematično odločanje ter načrtovanje obratov imata pomembno vlogo matematično modeliranje in optimizacija procesov. Z njima se zagotavlja racionalnejše, učinkovitejše, ekonomičnejše ter okolju prijaznejše obratovanje. Pri optimizaciji tehnoloških problemov pogosto naletimo na nelinearno programiranje (NLP), ali na mešano-celoštevilsko nelinearno programiranje (MINLP) – z diskretnimi spremenljivkami. Problemi so nelinearni natanko tedaj, ko preučujemo nelinearno namensko funkcijo in/ali nelinearne pogoje enačbe ter neenačbe. Reševanje NLP in MINLP problemov je težak proces, ki omogoča boljše rešitve kot linearni sistemi. Reševanje nelinearnih sistemov je možno z uporabo zmogljivih računalniških programov in različnih matematičnih metod [6].

Z ustvarjenim generičnim modelom smo razvili zasnovo za optimizacijo postrojenja mikro in piko-hidro elektrarne, z analizo poljubno razvejenega vodnega omrežja. Matematični model omogoča, na podlagi MINLP programiranja, napoved optimalne lokacije postavitve vodnega zajetja hidroelektrarne. Ta z inštaliranim vodnim pretokom na turbino daje maksimalen ekonomski dobiček od prodaje proizvedene električne energije.

2. TEORETSKE OSNOVE

Hidroelektrarne izkoriščajo potencialno energijo in pretok vode. Primarna energija (pretok vode) je časovno spremenljiv dejavnik tako med letom, kakor tudi v daljših časovnih obdobjih. Potencialno in kinetično energijo vode je mogoče pretvoriti v uporabne oblike zaradi njenega gibanja, ki je posledica težnosti [7].

2.1 Temeljne enote hidroelektrarne in njeno delovanje

Piko-hidro sistemi so sestavljeni iz temeljnih enot [2]:

- | | | |
|------------------------|---|--|
| o JEZ | – | preusmerja vodni tok za ustrezni odvzem vode iz rečne struge. |
| o VODO-HRAM | – | omogoča filtracijo in sedimentacijo neželenih primesi. |
| o CEVOVOD/KANAL | – | omogoča prenos vode do postroja s hidroelektrarno. |
| o ELEKTRARNA | – | postrojenje s turbino in generatorjem. |
| o VODNA TURBINA | – | pretvarja vodno energijo v mehansko delo. |
| o KONTROLNI MEHANIZEM | – | zagotavlja stabilno proizvodnjo električne energije. |
| o ELEKTRIČNI DALJNOVOD | – | omogoča prenos elek. energije na daljše razdalje do porabnika. |
| o ODTOK | – | cev oz. kanal, po katerem se voda vrača v strugo potoka. |

Vodne turbine so pogonski stroji, ki s pretvarjanjem potencialne in kinetične energije vode ustvarjajo mehansko delo in z njim električno energijo. Vodne turbine delimo glede na način pretvarjanja vodne energije na akcijske ali eno-tlačne ter na reakcijske ali nadtladne [7].

V turbini se kinetična energija vode pretvarja v mehansko delo. Na os turbine je nameščen generator. To je elektro-stroj, sestavljen iz rotorja in statorja. V rotorju je vir magnetnega polja, največkrat elektro-magnet, ki s pomočjo inducirane poljske jakosti proizvaja električni tok [8].

Število, ki pove kolikšen del moči vode ostane kot koristna moč na vrteči se turbinski gredi, imenujemo izkoristek turbine. To število je vedno manjše od ena. Pri popolnoma odprtih in popolnoma obremenjenih mikro in piko turbinah dosega število vrednosti med 0.80 in 0.90. Faktor je odvisen od kakovosti tvornih delov turbine, velikosti in skrbnosti njene izdelave [9].

2.2 Matematično modeliranje sistemov z uporabo MINLP

Pri optimiranju zastavljenih problemov v tehniki pogosto naletimo na MINLP. Problemi so nelinearni natanko tedaj, ko preučujemo nelinearno namensko funkcijo in/ali nelinearne pogoje enačbe ter neenačbe. V procesu reševanja MINLP gre za izbiro med potencialnimi enotami ali elementi (binarni spremenljivki: 0, 1) ter zveznimi spremenljivkami. MINLP uporabljamo za sinteze kemijskih procesov, omrežja toplotnih prenosnikov, reaktorska omrežja, separacijska omrežja in pri vodnih omrežjih oz. v hidro sistemih. MINLP je med

optimizacijskimi problemi najzahtevnejša oblika algoritmov, ki jo rešujemo s programskimi paketi: DICOPT, MIPSYN, BARON,...[6 in 10].

Formulacijo modela MINLP lahko zapišemo na način (1):

$$\max \varepsilon = f(\mathbf{x}) + \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{y} \quad (1)$$

$p.p.:$

$$\mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{C}\mathbf{y} + \mathbf{D}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$

$$\{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in R^n, \mathbf{x}^{\text{LO}} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\text{UP}}\}$$

$$\mathbf{y} \in \mathbf{Y} = \{0,1\}^m$$

Kjer je:

- | | | |
|--------------------------|---|--|
| $\mathbf{x}$ | – | vektor zveznih spremenljivk, |
| $\mathbf{y}$ | – | vektor binarnih spremenljivk, |
| ε | – | nelinearna namenska funkcija – merilo optimiranja, |
| $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ | – | sistem nelinearnih pogojskih enačb, |
| $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ | – | sistem nelinearnih pogojskih neenačb. |

Z vektorjem zveznih spremenljivk podamo lastnosti fizikalnih količin, obratovalne pogoje, pretoke, temperature ter tlake. Z vektorjem diskretnih spremenljivk nakažemo obstoj enot/lokacij/meril znotraj super-strukture analiziranega sistema. Merilo optimiranja je lahko ekonomsko oz. tehnološko in ga opišemo z namensko funkcijo [6].

2.3 Matematično modeliranje in programiranje omrežja hidro-sistema

Preučujemo stalno vodnato pokrajino z vodnim potencialom za izgradnjo sistema mikro oz. piko-hidro elektrarne. Z modelom želimo napovedati optimalno lego postavitve vodnega zajetja hidroelektrarne, ki z inštaliranim vodnim pretokom na turbino daje maksimalen ekonomski dobiček od proizvedene električne energije.

Hkratna optimizacija vključuje:

- doseganje maksimalne višine vodnega padca (h_T),
- doseganje maksimalnega vodnega pretoka (q_{VT}) na turbino ter
- doseganje minimalne dolžine dovodne cevi (d) do postroja z mikro oz. piko-hidro turbino.

Matematični opis fizikalnih zakonitosti, logičnih pogojev ter ekonomskih zvez opisuje 26 enačb. Izmed vseh smo v prispevku prikazali le ključni enačbi (2) in (3). Nekatere matematične zveze smo poiskali v literaturi [8], druge pa zasnovali po fizikalnih zakonitostih, razvidnih iz modelirane sheme.

Konstanta, k , v namenski funkciji predstavlja produkt fizikalnih in ekonomskih veličin (2); zvezo med gostoto vode, ρ , gravitacijskih pospeškom, g , faktorjem pretvorbe enot, izkoristkom vodne turbine, η_T , izkoristkom generatorja, η_G ter tlačnimi izgubami v ocevju, η_{izg} . Konstanta vključuje čas obratovanja postrojenja v 1 letu, t_{obr} ter prodajno ceno električne energije, C_{elekt} . Ker so podatki v modelu nespremenljivi parametri, jih predpostavljamo kot skupno konstanto v namenski funkciji.

$$k = \frac{\rho \cdot g}{1000} \cdot (1 - \eta_{izg}) \cdot \eta_T \cdot \eta_G \cdot t_{obr} \cdot 0.001 \cdot C_{elekt} \quad (2)$$

Namenska funkcija, ε , predstavlja maksimiran dobiček; razliko med prihodki in odhodki analiziranega mikro oz. piko-hidro sistema na letni ravni (3). Maksimiranje profita temelji na prodaji električne energije iz energetskega postroja, ki je funkcija inštalirane moči hidro sistema. Ter odhodki; spremenljivo amortizacijsko ceno postroja hidroelektrarne, C_{ELE} / t , ceno vodnega zajetja C_{ZAJ} / t ter ceno vgrajene dovodne cevi, C_{CEV} / t .

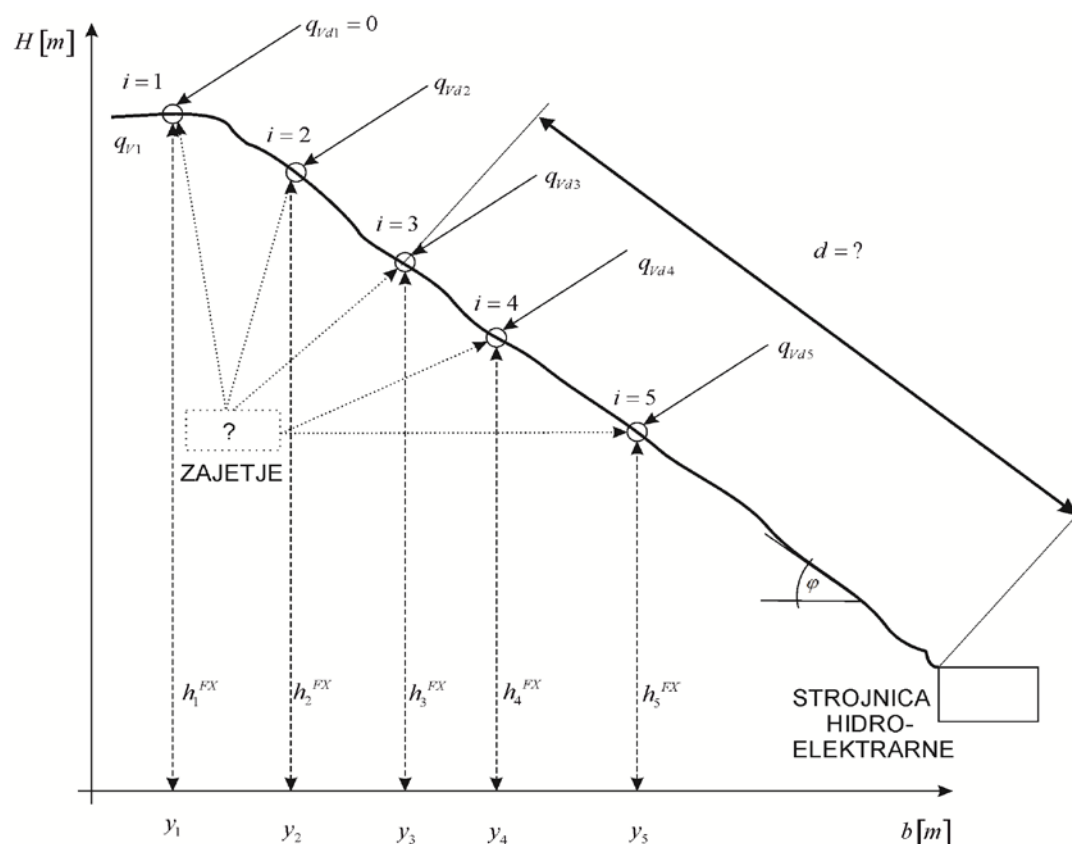
$$\max \varepsilon = \left[k \cdot \sum_{i \in I} q_{Vki} \cdot h_i \right] - \left[\frac{C_{ELE} + C_{ZAJ} + C_{CEV}}{t} \right] \quad (3)$$

3. ILUSTRATIVEN MODELIRAN SISTEM

Preučujemo stalno vodnato pokrajino z vodnim potencialom za izgradnjo sistema piko-hidro elektrarne. Dolina ima idealni naklon pobočja, φ ter $n-1$ dotokov v glavno strugo potoka ($n \in N \subseteq I_5$). V vsakem vozlišču potoka, i , $\forall i \in I_5$, imamo znan vodni padec, h_i^{FX} , $\forall i \in I_5$ ter volumski pretok glavnega toka, q_{V1} in vseh dotokov, q_{Vdj} ; $\forall j \in J \subseteq I_5$. Model smo nadgradili z okoljskimi ter varnostnimi omejitvami, ki v prispevku niso podrobneje prikazane.

3.1 Shematski pregled zastavljenega sistema

Analiziran hidro-sistem je predstavljen na shemi (Sl. 2) z navedenimi osnovnimi elementi postrojenja ter znanimi fizikalnimi veličinami.



Sl. 2: Shematski pregled modeliranega hidro-sistema.

3.2 Vhodni parametri ilustrativnega modela

V preglednici (Preg. 1) so zbrani podatki ilustrativnega modela.

Preg. 1: Vhodni podatki analiziranega hidro-sistema za proizvodnjo el. energije.

Veličina	Oznaka	Vrednost	Enote
Gostota vode	ρ_v	1000	$[kg / m^3]$
Težnostni pospešek	g	9.81	$[m / s^2]$
Naklon pobočja	φ	45 (0.785 rad.)	$[^\circ]$
Vodni padec 1	h_{1}^{FX}	90	$[m]$
Vodni padec 2	h_{2}^{FX}	75	$[m]$
Vodni padec 3	h_{3}^{FX}	65	$[m]$
Vodni padec 4	h_{4}^{FX}	43	$[m]$

Vodni padec 5	h_5^{FX}	28	[m]
*Volumski pretok 1	q_{V1}	3	[L / s]
*Volumski dotok 1	q_{Vd1}	0	[L / s]
*Volumski dotok 2	q_{Vd2}	2	[L / s]
*Volumski dotok 3	q_{Vd3}	2	[L / s]
*Volumski dotok 4	q_{Vd4}	3	[L / s]
*Volumski dotok 5	q_{Vd5}	1	[L / s]
Izkoristek turbine	η_T	0.80	[/]
Izkoristek generatorja	η_G	0.92	[/]
Razmerje premerov cevi in vodne šobe	r	5	[/]
Frekvenca vrtenja generatorja	ν	50	[Hz]
Omrežna napetost	U	380	[V]
Izgube v ocevju	η_{occv}	0.005	[/]
Obratovalne ure	t_{obr}	8760	[h / a]
Čas amortizacije	t	10	[a]
Cena strojnice	C_{ele}	2300	[EUR / kW]
Konstantna vrednost naložbe zajetja	A_z	1000	[EUR]
Spremenljiva vrednost naložbe zajetja	B_z	10000	[EUR]
Konstantna vrednost naložbe cevovoda	A_C	10	[EUR / m]
Spremenljiva vrednost naložbe cevovoda	B_C	100	[EUR / m]
Cena elekt. energije	C_{elekt}	0.11	[EUR / kWh]

* Vsi navedeni volumski pretoki so stalni, s povprečno vrednostjo ter že upoštevanimi maksimalno dovoljenim odvzemom vode iz potoka (model ni zasnovan kot dinamičen proces s spreminjanjem pretokov čez leto ali na daljše časovno obdobje).

3.3 Reševanje modela s programom GAMS

Model maksimira nelinearno namensko funkcijo z binarnimi spremenljivkami z uporabo programskega paketa DICOPT. MINLP model rešujemo ob stalnih vrednostih izmerjenih volumskih pretokov, vodnih padcev in ekonomskih parametrov (Preg. 1). V modelu smo uporabili celovit sistem enačb in neenačb ter vse potrebne vhodne podatke.

Modelu smo med izpise rezultatov navedli: naklon pobočja, kumulativne volumnske pretoke iz posameznih vozliščih, optimalno izbrano stičišče postavitve zajetja, inštaliran volumnski pretok in vodni padec hidro omrežja, dimenzije dovodne cevi, hitrost iztekanja vode iz vodne šobe, premer gonilnika vodne turbine, potencialno ter dejansko moč vodnega vira, proizveden električni tok ob predpostavljani omrežni napetosti, prihodek od prodaje električne energije, amortizacijo vgradnih enot sistema ter letni dobiček brez upoštevanja okoljskih omejitev. Pri tem smo teorijo povezali s praktičnim primerom morebitne izrabe vodnega potenciala za izgradnjo hidroelektrarne.

4. REZULTATI IN DISKUSIJA

Rezultati ponazorjeni v preglednici (Preg. 2) predstavljajo optimalno izbrano lego zajetja hidroelektrarne iz vodnega omrežja.

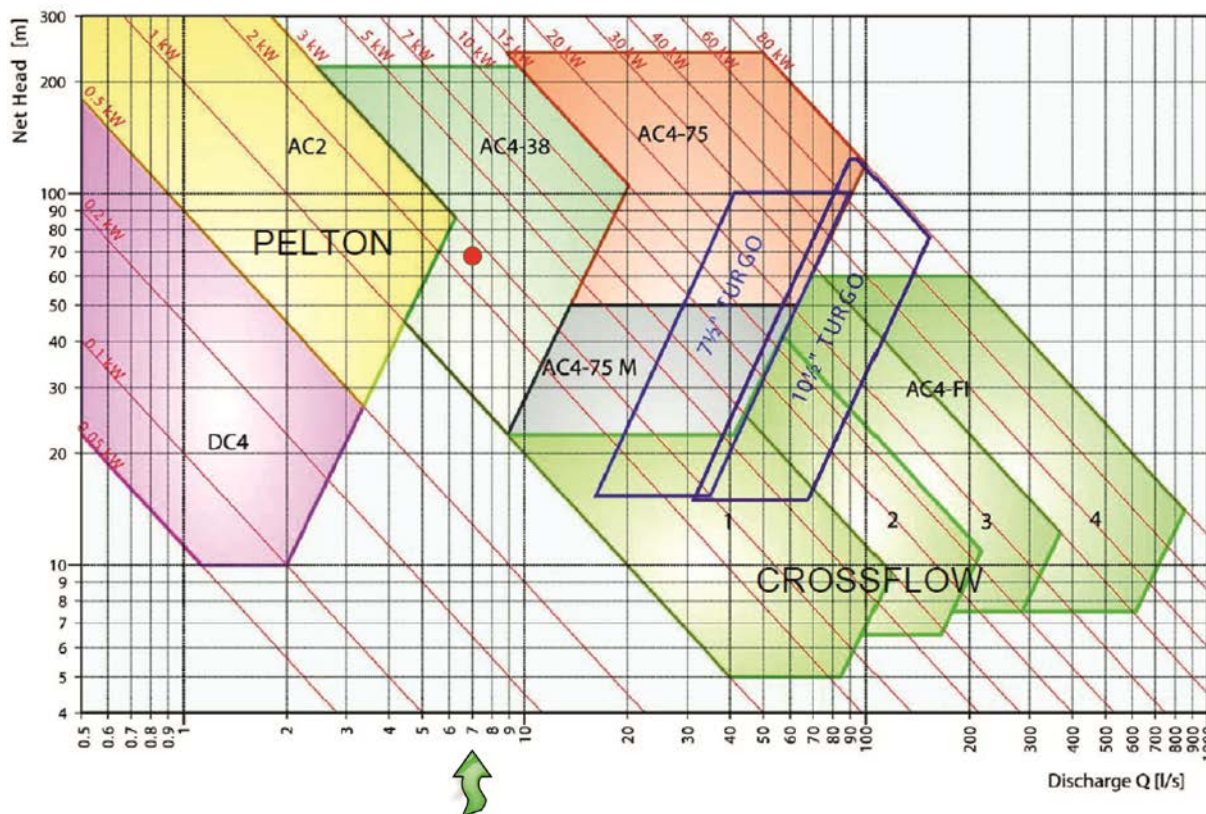
Preg. 2: Rezultati analiziranega hidro-sistema za proizvodnjo el. energije.

VELIČINA	VREDNOST												
Idealni naklon pobočja (rad.):	0.785 (45°)												
Obratovalne ure hidroelektrarne v 1 letu (h):	8760												
Čas amortizacije enot (a):	10												
Volumski pretok glavnega toka (L/s):	3.00												
Volumski tokovi (L/s) iz vozlišča i , $i \in I_5$:	<table><tr><td>i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>q_{vki}</td><td>3.00</td><td>5.00</td><td>7.00</td><td>10.00</td><td>11.00</td></tr></table>	i	1	2	3	4	5	q_{vki}	3.00	5.00	7.00	10.00	11.00
i	1	2	3	4	5								
q_{vki}	3.00	5.00	7.00	10.00	11.00								
Optimalno izbrano vozlišče i ; $i \in I_5$ (l):	3												
Inštaliran vodni padec v vozlišču (m):	65.00												
Inštaliran volumski pretok za pogon turbine (L/s):	7.00												
Zahtevani notranji premer dovodne cevi (cm):	7.91												
Hitrost vode po dovodni cevi (m/s):	1.43												
Premer okrogle odprtine vodne šobe (mm):	15.8												
Hitrost vode skozi odprtino vodne šobe (m/s):	35.6												
Premer gonilnika vodne turbine (cm):	25.3												
Teoretična moč vodnega vira (kW):	4.44												
Dejanska moč z upoštevanjem izkoristkov (kW):	3.27												
Okvirna nazivna moč generatorja (kW):	4.04												
Proizveden električni tok pri omrežni napetosti (A):	8.60												
Prihodek od prodaje elekt. energije (EUR/a):	3 149.8												
Naložba v postroj hidroelektrarne (EUR):	10 214.8												

Okvirna naložba vodnega zajetja (EUR):	1 836.6
Cena cevi glede na volumski pretok (EUR/m):	18.37
Dolžina dovodne cevi (m):	91.96
Naložba v cevovod (EUR):	1 689.0
Amortizacija enot hidro-sistema (EUR/a):	1 374.0
Letni dobiček od prodaje el. energije (EUR/a):	1 775.7

Maksimalen dobiček ob okoljskih omejitvah dobimo ob postavitvi zajetja v tretje stičišče. Pretok v zajeti točki znaša 7.00 L/s, inštalirani vodni padec na turbino 65.00 m, celotni letni dobiček pa 1 775 EUR/a.

Na podlagi dobljenih rezultatov matematičnega modela, o inštaliranem volumskem pretoku in pripadajočem vodnem padcu, lahko napovemo izbiro najprimernejšega gonilnika vodne turbine. V našem primeru znašata volumski pretok 7.00 L/s , vodni padec pa 65.00 m . Iz diagrama (Sl. 3) je razvidna najustreznejša vodna turbina *PELTON (AC4-38)* proizvajalca *Gilkes*.



Sl. 3: Fazni diagram z ustrezno izbrano vodno turbino 1 (rdeča točka).

Generični model nam zagotavlja ustrezno iskanje optimalne lege postavitve vodnega zajetja za energetsko izrabo vodnega vira, vse izračune, potrebne za okvirno odločanje in

¹ <http://www.british-hydro.org/downloads/03%20Matt%20Crosher.pdf>

morebitno izvedbo energetskega objekta ter ustrezno izbiro gonilnika vodne turbine iz faznega diagrama.

Na rezultate zastavljenega modela močno vplivajo neodvisne spremenljivke sistema, kot so nadmorska višina zajetja (vodni padec), volumski pretoki, volumski dotoki v strugo, naklon pobočja, cena dovodne cevi, cena električne energije, okoljske omejitve, itd.

Program s pomočjo binarnih spremenljivk poišče le eno ustrezno vozlišče postavitve vodnega zajetja, kar omogoča dober pregled nad sistemom ter lažje odločanje pri načrtovanju in morebitni izgradnji.

Modeliran sistem je zapisan v splošni indeksirani obliki, prijazni do uporabnika. Ta lahko preuči in pridobi potrebne informacije za oceno možnosti izrabe vodnega vira v energetske namene v svoji okolici.

Ustrezno vodnate pokrajine v posameznih državah bi bilo smotrno bolje izrabiti na osnovi obnovljivih virov za energetske namene. Tako bi zmanjšali porabo fosilnih goriv in naftnih derivatov v svetovnem merilu. Trajnostni razvoj posameznih družb bi z »*zeleno energijo*« omogočil racionalnejše in okolju prijaznejše gospodarjenje z naravnimi viri ter pripomogel k boljšemu in lepšemu življenju naših zanamcev.

5. VIRI IN LITERATURA

- [1] Fraenkel P., P. O., Bokalders V., Harvey A., Brown A., Edwards R., "Micro-Hydro Power: A guide for development workers". 1991 (London: IT Publications Ltd).
- [2] Hosnar, J., "Proizvodnja električne energije z mikroturbino". V: VORŠIČ, Jože (ur.). 21. Mednarodno posvetovanje Komunalna energetika, 15. do 17. maj 2012, Maribor, Slovenija. Zbornik. Maribor: Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, 2012
- [3] Oliver, P., "Micro-Hydro Power: Status And Prospects". Professional Engineering Publishing, 2002.
- [4] Medved, S., Novak, P., "Varstvo okolja in obnovljivi viri energije". 2000 (Ljubljana: Fakulteta za strojništvo).
- [5] Davis, S. and C. Laschuk, "Microhydro: Clean Power from Water". 2003: New Society Publishers.
- [6] Biegler L. T., G.I.E., "Systematic Methods of Chemical Process Design". 1999 (New Jersey): p. 1-408.
- [7] Razpet, A., "Elektroenergetski sistemi". 1997 (Ljubljana: Tehniška založba Slovenije).
- [8] Tuma, M., "Energetski stroji in naprave - Teoretične osnove". 1989 (Ljubljana: Fakulteta za strojništvo).
- [9] Paish, O., "Small hydro power: technology and current status". Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2002. 6(6): p. 537-556.
- [10] Kralj, A. K. and Hosnar J., "Water condensate collection system by using MINLP model", In Computer Aided Chemical Engineering, A.K. Iftekhhar and S. Rajagopalan, Editors. 2012, Elsevier. p. 685-689.

NASLOV AVTORJA

Jernej Hosnar, uni. dipl. inž. kem. tehnologije

Univerza v Mariboru, Fakulteta za kemijo in kemijsko tehnologijo,
Smetanova ulica 17, 2000 Maribor, Slovenija

Tel.: + 386 2 2294454 Fax.: + 386 2 22 77 74

Elektronska pošta: jernej.hosnar@um.si